CONCEPÇÃO E PROJECTO DE SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES NO PAÍS.

Conception and plan of telecommunication systems in Portugal.

MANUEL JOSÉ ABREU FARO
PEDRO LUIS BORGES TEIXEIRA

VIGAS VIERENDEEL SIMPLES.

Vierendeel Girders. *J. S. BRAZÃO FARINHA*

LES CHAUSSÉES EN SABLES GYPSEUX DU SAHARA.

Os pavimentos em areia gipsosa do Sahara.

JOSÉ CARLOS DE O. S. HORTA

UMA BIBLIOGRAFIA DE APL — (Segunda parte).

A Bibliography of APL — (Part II).

J. MARQUES HENRIQUES

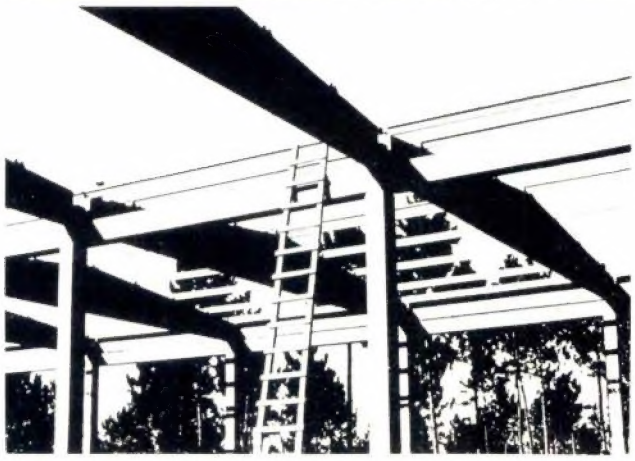
BETÃO REFORÇADO COM ARMADURA METÁLICA.

Normal concrete reinforced wiht steel.

J. M. MADEIRA COSTA

associação dos estudantes do instituto superior técnico
fevereiro 1978
revista de engen

SOMAPRE



COBERTURAS
PARA TODOS OS FINS

SOMAPRE

SOCIEDADE DE MATERIAIS PRÉESFORÇADOS, S.A.R.L.
Av. da República, 83-2.º – tel. 760045/6/7/8 – Lisboa

MEXIA HEITOR E BRASÃO FARINHA

TABELAS PARA O CÁLCULO DO BETÃO ARMADO

TECNICA
revista da associação dos estudantes do Instituto Superior Técnico
LISBOA

GUIA DE ANÁLISE QUÍMICA DAS ÁGUAS

(Potáveis, Minerais e para a Indústria)

POR A. HERCULANO DE CARVALHO
Prof. do I. S. T. e do Instituto de Hidrologia de Lisboa

Preço 150$00

CÁLCULO DE PÓRTICOS

Método de cálculo simples e rápido, entrando em linha de conta com o deslocamento dos nós

por G. Kani

Preço 100$00

Pedidos à «Técnica» *Desconto 10 % aos assinantes*

técnica

NÚMERO 447 FEVEREIRO DE 1978 ANO LIII VOLUME XXXIX PUBLICAÇÃO MENSAL

DIRECTOR
José Luís S. V. Azevedo

COLABORADORES
João José Águas
Custódio Alves Tomé
António Madeira Cruz
Fernando Dias
José Pereira Pacheco
Sérgio Duarte Santos (F. C. Tecnologia — Coimbra)

FUNCIONÁRIOS
Jorge Graça
Fernanda Sanches

DIRECÇÃO, REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO
Av. Rovisco Pais, I. S. T. — Lisboa
Telefone 88 93 23

PROPRIETÁRIO
A. E. I. S. T.

•

ASSINATURAS:	5 n.os	10 n.os
Continente e Ilhas	200$00	350$00
Países de língua Portuguesa e Espanha...	220$00	380$00
Estrangeiro	—	550$00
Número avulso ...	—	60$00

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos autores.

•

COMPOSIÇÃO E IMPRESSÃO:
OF. GRÁFICAS DE RÁDIO RENASCENÇA
Rua Duques de Bragança, 6 — LISBOA-2

SUMÁRIO

389 — MANUEL JOSÉ ABREU FARO e PEDRO LUÍS BORGES TEIXEIRA — Concepção e projecto de sistemas de telecomunicações no País.

Conception and plan of telecommunication systems in Portugal.

397 — J. S. BRAZÃO FARINHA — Vigas Vierendeel simples.

Vierendeel girders.

417 — JOSÉ CARLOS DE O. S. HORTA — Les chaussées en sables gypseux du Sahara.

Os pavimentos em areia gipsosa do Sahara.

431 — J. MARQUES HENRIQUES — Uma Bibliografia de APL — (Segunda parte).

A Bibliography of APL — (Part II).

459 — J. M. MADEIRA COSTA — Betão reforçado com armadura metálica.

Normal concrete reinforced with steel.

ÍNDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
GTR — Gab. Técnico de Revestimentos, Ld.ª ...	VII
Georges Fischer, AG	II
MAGUE	IV
MAP — Matérias Plásticas, Ld.ª	V
Metropolitano de Lisboa	III
Novobra, Ld.ª...	V
S. K. F., Ld.ª	I
Soc. Electricidade Brown Boveri	VI
Soc. Portuguesa Cavan	V
SOMAPRE	2.ª da capa

Colaboram neste número as seguintes Agências de Publicidade:

HORA e IVA AG FÜR INTERNATIONALE WERBUNG.

técnica

NÚMERO 447 FEVEREIRO DE 1978 ANO LIII VOLUME XXXIX PUBLICAÇÃO MENSAL

C. D. U. 621.39(469)

Concepção e projecto de sistemas de telecomunicações no País

M. ABREU FARO
PEDRO TEIXEIRA

(CONTINUAÇÃO)

2 — SÍNTESE SOBRE A EVOLUÇÃO E ESTADO ACTUAL DE ALGUNS DOS PRINCIPAIS SERVIÇOS DE TELECOMUNICAÇÕES E MEIOS DE TRANSMISSÃO

2.1 — Serviços de telecomunicações

2.1.1 — Rede pública de telecomunicações

2.1.1.1 — Aspectos fundamentais das redes de telecomunicações

INTRODUÇÃO

Definidos os objectivos das telecomunicações e traçada, em linhas gerais, a sua história interessará analisar, de uma forma sucinta, como se concretizam as suas diversas formas, de que meios lançam mão e que suportes utilizam.

Há diversos serviços a considerar. Historicamente foi a telegrafia a primeira forma de comunicação mas rapidamente se lhe sobrepôs a telefonia como meio privilegiado de comunicação bidireccional dotado de garantias satisfatórias de sigilo e qualidade. Mais recentemente voltou a telegrafia a assumir relativa importância graças ao papel relevante que o serviço de telex, não exigindo resposta do destinatário e fornecendo documento escrito, passou a ter na actividade comercial e industrial e nalguns serviços como os bancos, a hotelaria e as companhias transportadoras. No entanto, a acelerada utilização dos computadores vem gerando crescentes necessidades em matéria de teleinformática, amplamente justificativas da criação de um novo serviço — a comunicação de dados, que vem em muitos casos substituir, de modo eficiente, os tradicionais meios de comunicação.

Os serviços referidos respeitam a todo o território nacional, com maior ou menor dispersão geográfica. A sua difusão envolve o recurso a importantes investimentos e exige vultosos empreendimentos para além de uma coordenação de meios que garanta a sua qualidade nas melhores condições económicas. Toda a infraestrutura necessária ao funcionamento destes serviços constitui a rede pública de telecomunicações cuja instalação, manutenção e exploração está confiada no nosso País, como sucede na maioria dos países da Europa, a empresas públicas do sector.

Concentraremos a nossa atenção na rede telefónica que, pela sua própria natureza, se difunde por todo o território nacional e serve o maior número de assinantes. Sendo certo que os restantes serviços, de dimensão bem menor, utilizam a infraestrutura da rede telefónica, nomeadamente no que respeita aos sistemas de transmissão, a eles nos referiremos mais tarde, de modo abreviado.

Finalmente importa recordar serviços que, embora não estando normalmente integrados nas redes públicas, utilizam muitas vezes os seus meios de transmissão. É o caso dos serviços de radiodifusão (sonora ou TV) sobre os quais não nos debruçaremos para já.

ESTRUTURA GERAL DE UMA REDE DE TELECOMUNICAÇÕES (SERVIÇO TELEFÓNICO)

Uma das características básicas de uma rede pública de telecomunicações é a possibilidade de cada um dos seus utilizadores estabelecer contacto com todos os outros assinantes, embora cada terminal só seja utilizado, em média, por períodos relativamente reduzidos e para comunicar com um número bastante restrito de outros assinantes. Torna-se evi-

dente que não é viável manter uma ligação privativa e permanente de cada assinante com cada um dos outros.

Há pois necessidade de dotar a rede de pontos de concentração de tráfego e seu encaminhamento. São as estações de comutação, às quais compete detectar a intenção do assinante fazer uma chamada, receber a informação do destinatário, executar todas as operações necessárias ao estabelecimento da ligação e a respectiva sinalização e finalmente desfazer essa ligação no fim da chamada. Para além daquelas missões fundamentais há a notar que, embora não relacionadas com a conversação em si mas com aspectos de exploração e manutenção, deverão ser asseguradas a taxação e a detecção de avarias, para o que esses centros deverão ser dotados de equipamentos adequados que permitam ainda avaliar da qualidade do serviço prestado.

Cada assinante fica pois ligado a uma estação de comutação, normalmente através de um par de fios (em linha aérea ou cabo). Através desse lacete se transmitem, em banda de base e nos dois sentidos, quer a conversação quer a sinalização necessária ao estabelecimento das chamadas. A extensão do lacete, que influencia de algum modo o número e localização das centrais locais, é limitada pelos valores admissíveis da atenuação. Esta pode afectar quer a audição do assinante quer a qualidade de sinalização, nomeadamente a detecção do fecho do lacete que assinala a intenção de realização de uma chamada.

O estabelecimento de uma rede nacional conduz necessariamente a um elevado número de estações e à organização numa estrutura hierarquizada de trânsitos, servindo um número crescente de assinantes numa progressiva concentração do tráfego. Uma tal hierarquia envolve sempre pelo menos quatro níveis: local, regional e interurbano (primário e secundário, englobando o primeiro os grandes centros de trânsito do País, sempre em número restrito). A estrutura topológica de uma rede assim hierarquizada, permitindo uma utilização mais eficiente de cada feixe com um menor número de estações de trânsito, é a de uma rede em estrela. No entanto quando o tráfego é intenso entre duas determinadas estações pode justificar-se o estabelecimento de ligações transversais, à margem da hierarquia referida, que emalham a rede e lhe vão dando características diferentes das iniciais.

O alargamento da rede obriga, por outro lado, a não ultrapassar valores aceitáveis da atenuação total. Sendo certo que o lacete dos assinantes é constituído por um circuito a 2 fios e não é normalmente económico dotá-lo de amplificação, torna-se claro que nas ligações regionais e muito especialmente nas interurbanas se torna imperioso recorrer a meios adequados de transmissão envolvendo amplificadores e circuitos a 4 fios. Nos centros interurbanos a própria comutação é realizada a 4 fios, para garantir melhores características de transmissão.

As ligações interurbanas e mesmo algumas regionais, envolvendo apreciável número de circuitos e distâncias significativas, tornam aconselhável a utilização de sistemas de transmissão que, com boas condições de rentabilidade, permitam enviar simultaneamente vários canais através de um único suporte, por exemplo um tubo coaxial ou um canal radioeléctrico, dotado de banda larga. Esta utilização múltipla de um dado meio de transmissão pressupõe um processo de concentração num único sinal (grupo de linha) de todos os que se pretendem transmitir e sua consequente separação à recepção. Esse objectivo é atingido através do equipamento de multiplexagem.

Uma rede de telecomunicações envolve, portanto, três componentes básicos: o equipamento terminal, que estabelece o interface entre cada assinante e a rede, o equipamento de comutação e sinalização e o equipamento de transmissão.

No caso do serviço telefónico o equipamento terminal é o telefone, no fundamental constituído pelo microfone e auscultador (que garantem a conversação bidireccional), dispositivos de sinalização e controle (campainha, contactos de abertura e fecho do lacete, marcador) e um circuito de neutralização de efeito local. Os restantes serviços têm naturalmente terminais diferentes e a eles nos referiremos adiante, bem como aos dispositivos que lhes permitem utilizar a rede de transmissão telefónica.

Os equipamentos de comutação e transmissão são o objecto dos parágrafos seguintes.

SISTEMAS DE COMUTAÇÃO

As primeiras estações de comutação, cujas principais funções já se referiram, eram manuais sendo essas funções desempenhadas, na sua quase totalidade, pelas telefonistas.

Os primeiros sistemas automáticos foram introduzidos nas redes locais tendo-se mantido, durante muito tempo, a necessidade de recorrer a telefonistas para o estabelecimento das chamadas interurbanas. Precedendo a automatização total da rede houve uma fase intermédia de exploração, chamada semi-automática, em que a telefonista do centro de origem seleccionava directamente o assinante de destino. O serviço automático abrange já um grande número de ligações internacionais.

Os sistemas Strowger, os primeiros no campo da comutação automática, são essencialmente sistemas de controle directo, utilizando selectores de dois movimentos. O estabelecimento da chamada faz-se por um processo «passo a passo» em que cada selector é comandado directamente pelos impulsos enviados pelo marcador do assinante e correspondentes ao digito respectivo.

Posteriormente o sistema de comando «passo a passo» foi abandonado, quer por dificuldades em conciliar uma flexibilidade razoável dos encaminhamentos na estação com um plano de numeração uniforme no País, quer porque se evoluiu para técnicas de comutação mais eficientes usando selectores substancialmente diferentes dos já referidos. É o caso dos sistemas «crossbar», equipados com selectores de

coordenadas, cuja utilização mais racional requer o concurso de registadores (que recebem os digitos marcados pelo assinante) e comandos (que seleccionam os selectores convenientes para cada chamada e controlam a sua operação). Trata-se, portanto, de sistemas de controle comum em que muitas das funções de encaminhamento são já desempenhadas por órgãos comuns, como os referidos, que só são utilizados pelo tempo necessário ao estabelecimento das chamadas, permitindo uma utilização mais racional e económica do equipamento. A utilização de registadores permite ainda que a sinalização entre duas estações se faça de uma forma bem mais rápida e eficiente, através de códigos adequados, que não os trens de impulsos dos marcadores de assinante.

Mais recentemente a procura de uma ainda maior flexibilidade operacional e de introdução de novas facilidades conduziram a sistemas de controle centralizado onde se concentram todas as funções lógicas do sistema. Tais sistemas envolvem necessariamente o recurso a um processador controlado por programas «software» como os computadores digitais. A lógica cablada dos sistemas de controle comum é pois substituída pela lógica armazenada nestes sistemas abreviadamente designados por s.p.c. («stored program control»). Estes sistemas envolvem já uma ampla utilização de componentes electrónicos, cuja introdução nos sistemas de comutação se tem processado a um ritmo bem mais lento que nos de transmissão, e utilizam dispositivos de comutação como os já referidos selectores de coordenadas («crossbar») ou matrizes de relés «reed».

Todos os sistemas até agora referidos respeitam a uma comutação dita espacial, que estabelece, durante toda a chamada, uma ligação permanente entre os dois assinantes, que a utilizam portanto de uma forma exclusiva. Assim, a chamadas diferentes correspondem, dentro das estações de comutação envolvidas, percursos fisicamente distintos. Como se referirá ao analisar as tendências evolutivas das redes públicas de telecomunicações, o futuro aponta para a chamada comutação temporal, que pressupõe uma rede essencialmente digital no seu domínio de utilização, já que se baseia em processos de repartição no tempo, como o PCM. Assenta o seu princípio na transferência controlada da informação contida num dado «time slot» de um feixe PCM para outro. Cada chamada utiliza, portanto, cada ligação de uma forma intermitente e periódica. Estes sistemas, trabalhando com sinais digitais, exigem a utilização de comutadores inteiramente electrónicos e integram-se perfeitamente num controle por computador do tipo spc já referido. Ainda de expansão muito limitada são, como dissémos, os comutadores do futuro.

Interessa referir agora os aspectos fundamentais da sinalização que é indispensável ao estabelecimento, supervisão e conclusão de uma chamada. Na linha do assinante, os sinais de supervisão são constituídos pelo fecho do lacete, provocado pelo levantar do telefone ao iniciar uma conversação, ou pela sua abertura ao desligar no fim de uma chamada. A marcação dos digitos que identificam o destinatário faz-se por curtos impulsos de interrupção do lacete provocados pelo marcador. Para além destes há a considerar os sinais de informação que a estação presta ao assinante sobre o estado de processamento da chamada (sinais de marcar e de chamada ou impedimento do destinatário) que são sinais de audiofrequência. Há ainda a referir a corrente alternada que a estação envia para accionar a campainha.

A sinalização entre as estações nos sistemas passo a passo fazia-se através de impulsos de corrente contínua que, no caso de a transmissão se fazer por sistemas FDM, tinham de ser convertidos em trens de ondas da frequência de sinalização escolhida, normalmente os 3825 Hz já fora da faixa de conversação (300-3400 Hz) dos canais telefónicos desses sistemas. A introdução dos registadores conduziu à utilização de códigos multifrequência. O sistema R2, amplamente difundido na Europa, consiste no envio de combinações de duas frequências de 6 possíveis, situadas dentro da faixa, uma vez que a comunicação entre registadores se não realiza durante a fase de conversão. A sinalização de supervisão continua a ser feita nesse sistema pela frequência de 3825 Hz.

SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

A transmissão em audiofrequência é, por razões económicas, a utilizada nas linhas de assinante e nas ligações regionais de pequena e média capacidade, sem grande extensão, suportadas quer por linhas aéreas quer por cabos de pares. A necessidade de não exceder as atenuações definidas pelo plano de transmissão em termos de «equivalentes» (níveis medidos relativamente a um circuito padrão: o NOSFER definido pelo CCITT), obriga nalguns casos a recorrer a processos que permitam satisfazer essas especificações. Se actualmente é pouco usual o recurso a amplificadores de baixa frequência, nomeadamente pelos problemas de estabilidade que envolvem, é comum em muitos cabos regionais a utilização de bobinas de carga. Essas indutâncias, colocadas a intervalos regulares, permitem reduzir a atenuação na banda telefónica à custa de um aumento forte nas frequências superiores. Por exemplo, a instalação de bobinas de 88 mH espaçadas de 1830 metros permite, para a mesma atenuação alcançar distâncias três a quatro vezes maiores, em audiofrequência.

A amplificação surge, portanto, associada a ligações mais importantes na estrutura hierarquizada de uma rede telefónica, as quais envolvem, por outro lado, como vimos, a intervenção dos equipamentos de multiplexagem.

Os sistemas de multiplexagem clássicos baseiam-se na técnica FDM e usam banda lateral única sem portadora. Após o aparecimento dos primeiros sistemas a 3 vias, difundiram-se os de 12 vias, suportados quer em linhas aéreas (de traçado especial para evitar diafonias) quer em cabos de pares simétricos (de geometria especial, para reduzir os acoplamentos

diafónicos) através de pares não carregados. São sistemas do tipo n+n (num mesmo par e de condutores seguem os sinais nos dois sentidos de transmissão, utilizando faixas diferentes para cada um deles), que permitiram aumentar as capacidades disponíveis em baixa frequência. Actualmente os próprios sistemas em cabo estão ultrapassados, nomeadamente pelo aparecimento do PCM, com excepção dos de grande número de vias (120, 300 ou 480), em determinadas ligações já servidas por um cabo de pares simétricos.

As ligações interurbanas, envolvendo normalmente distâncias grandes e número elevado de circuitos, utilizam frequentemente sistemas FDM mas suportados em tubos coaxiais, que permitem a transmissão acima dos 60 KHz com uma atenuação variando com a raiz quadrada da frequência. Porque o afastamento diafónico entre tubos coaxiais é muito grande, ambos os sentidos de transmissão podem ser enviados, na mesma faixa, por tubos vizinhos do mesmo cabo. A maioria dos sistemas coaxiais a grande número de vias implica o recurso a um par de tubos; as excepções são o de 120 vias em coaxial aéreo monotubo e os sistemas de cabos submarinos, em que o custo do cabo é muito elevado, onde se utilizam sistemas (n + n).

Estão normalizados os seguintes sistemas coaxiais a grande número de vias, designados pela frequência mais alta do seu espectro em linha: 1,3 MHz (300 vias) 4 MHz (960); 12 MHz (2700) e 60 MHz (10 800). O equipamento de multiplexagem assenta numa estrutura hierarquizada que tem por unidade de base o grupo de 12 canais na banda [60,108 KHz] denominado grupo primário básico. Por agrupamentos e modulações sucessivas vão-se constituindo os grupos secundários, terciários e quaternários (60, 300 e 900 vias) definidos pelo CCITT. Esta estrutura permite nomeadamente a transferência de grupos de qualquer hierarquia de um sistema para outro através de um simples filtro, sem necessidade de desmodular os canais, resultando daí considerável economia. A esta se junta a resultante do carácter modular do equipamento que integra uma estrutura hierarquizada como a referida, envolvendo um número limitado de filtros diferentes no equipamento de multiplexagem.

Um sistema coaxial exige naturalmente um conjunto de repetidores, cujo espaçamento depende do tipo de cabo e da faixa correspondente ao sistema em causa (no caso de tubos 2,6/9,5 mm um sistema de 12 MHz necessita de um espaçamento de cerca de 4 km). A estes repetidores compete igualizar o sinal compensando a característica de atenuação/frequência do cabo e amplificá-lo para obstar ao enfraquecimento e evitar a rápida degradação da relação sinal/ruído. Torna-se necessário dispor de regulação automática de nível, comandada por uma onda piloto de regulação para serem compensadas as variações da atenuação do cabo provocadas nomeadamente por alterações de temperatura. Este equipamento de linha implica a existência de dispositivos de telealimentação e de supervisão e detecção de avarias.

Utilizando os sistemas FDM a modulação em banda lateral única é necessário garantir na desmodulação, operada por frequências geradas na estação destino que o deslocamento de frequências não ultrapasse os 2 Hz recomendados pelo CCITT. Este valor tem em conta as exigências da telegrafia e dados, já que a telefonia pode suportar valores superiores (até 20 Hz). Isto obriga a estabilidades da ordem de 10^{-8} nos sistemas de maiores capacidades que são garantidas pelo envio da frequência de referência, através as chamadas ondas piloto de sincronismo.

Importa notar que o crescente custo da instalação de cabos coaxiais, a necessidade de criar vias diversificadas para garantir maior segurança da rede e a sua capacidade de vencer percursos difíceis para os suportes físicos, têm conduzido à progressiva introdução dos feixes hertzianos nas redes públicas de telecomunicações. Assim se têm implementado sistemas FDM de capacidades que vão até aos 2700 canais nas mesmas faixas base dos coaxiais referidos. Assumem particular relevância os sistemas de 960, 1800 e 2700 vias operando nas bandas dos 4 e dos 6 GHz com saltos até cerca de 50 km.

No domínio dos sistemas de transmissão há ainda que fazer referência aos sistemas utilizando multiplexagem por repartição no tempo (TDM), em que ao contrário dos FDM, onde parte da banda é ocupada por um canal durante todo o tempo, toda a banda disponível é destinada a um só canal durante uma certa fracção de tempo («time slot»). Estes sistemas utilizam a técnica de modulação por impulsos e codificação (PCM) e só no final dos anos 60 se começaram a instalar em número significativo, beneficiando dos progressos resultantes do amplo desenvolvimento das técnicas digitais associadas aos computadores. Os primeiros sistemas eram de 24 vias (1,5 Mbit/s) mas mais tarde surgiram os de 30 (2 Mbit/s), que constituem actualmente o elemento base da estrutura hierarquizada europeia, especificada pelo CCITT. Estes primeiros sistemas têm sido utilizados essencialmente para aumentar a capacidade de cabos existentes, com evidentes vantagens económicas em distâncias intermédias sobre os FDM, devido ao menor custo do equipamento terminal, embora exigindo maior largura de faixa e portanto maior número de repetidores.

Este sistema de 2 Mbit/s utiliza amostragem ao ritmo de 8 KHz, quantificação não uniforme e 8 digitos de codificação. Assenta ainda na existência de 32 «time slots» dos quais 30 respeitam a canais de conversação, um é reservado à garantia do sincronismo entre terminais e outro é um canal comum de sinalização. Os repetidores, com características de regeneração e amplificação, são normalmente instalados com espaçamento igual ao das bobinas de carga que têm de ser retiradas, naturalmente, dos pares destinados à transmissão PCM.

A utilização de sistemas PCM em ligações interurbanas e o papel extraordinariamente importante que se espera venham a desempenhar nas redes do futuro têm estado na base do desenvolvimento de

sistemas de hierarquias superiores. Na América do Norte e no Japão tais sistemas estão bastante difundidos podendo-se referir por exemplo sistemas de 72 Mbit/s (1152 vias) em feixes hertzianos operando na banda dos 6 GHz e de 274 Mbit/s na banda dos 18 GHz. Entre os sistemas experimentais são de referir os de débitos da ordem dos 500 Mbit/s em cabo coaxial e de 400 Mbit/s em feixe, na banda dos 20 GHz. Na Europa o desenvolvimento e instalação das hierarquias mais elevadas têm-se processado a um ritmo mais lento, existindo já disponíveis sistemas de 3.ª hierarquia (34 Mbit/s — 480 vias) em feixe hertziano e de 4.ª hierarquia em cabo coaxial mas ainda pouco difundidos ou em fase experimental; no domínio dos feixes hertzianos estão em curso estudos de desenvolvimento de sistemas de 140 M bit/s operando na banda dos 11 GHz, enquanto na Grã-Bretanha se encontra em funcionamento experimental uma ligação com esse débito mas suportada em fibra óptica e utilizando lasers de arsenieto de gálio e alumínio operando na banda dos 850 nm (cerca de 350 000 GHz).

Sobre a problemática resultante da introdução destes sistemas em redes dotadas de toda uma infraestrutura destinada a FDM e o seu papel nas redes digitais do futuro, em conjugação com a comutação temporal, nos debruçaremos ao analisar as tendências evolutivas das redes públicas.

OUTROS SERVIÇOS: TELEGRAFIA E DADOS

— *Telegrafia*

Como já se notou a telegrafia tem no serviço telex a sua principal expressão nos tempos actuais. O seu equipamento terminal é o teleimpressor que utiliza um código binário de 5 unidades de informação por caracter, e funciona de modo assíncrono, com indicação de arranque e paragem, ao ritmo de 50 bauds.

O desenvolvimento do serviço telex cria, como no caso da telefonia, a necessidade da implantação de centrais de comutação próprias, ainda que semelhantes às do serviço telefónico. Estas não são adequadas à telegrafia, nomeadamente por a sua utilização não permitir a subdivisão telegráfica dos canais telefónicos nos diversos sistemas de transmissão. No entanto, além deste tipo de comutação chamada «de circuitos», porque estabelece um circuito individual entre os dois assinantes, há a considerar um outro tipo — a «comutação de mensagens». Esta tem sido usada no encaminhamento de telegramas, em que a transmissão se processa num só sentido, e envolve o registo da mensagem pela estação, que a armazena e só a envia em tempo oportuno, permitindo uma alta rentabilidade na utilização do sistema que, modernamente, é do tipo spc já referido e começa a estender-se ao próprio telex.

As redes de telegrafia utilizam os sistemas de transmissão da rede telefónica, através de dispositivos de repartição do canal telefónico. Os sistemas mais difundidos de repartição na frequência, para telegrafia de 50 bauds, utilizam frequências vocais separadas de 120 Hz, duas para cada canal telegráfico, e permitem 24 vias telegráficas num canal telefónico. Mais recentemente dispõe-se de sistemas de repartição no tempo, já aprovados pelo CCITT, que permitem atingir as 46 vias.

— *Comunicação de dados*

No serviço da comunicação de dados o equipamento terminal, no âmbito da rede de telecomunicações, é o «modem» que estabelece o interface entre a fonte dos sinais de dados (por exemplo um terminal de computador) e a linha telefónica por onde se pretendem transmitir esses sinais. Em muitos casos essa transmissão não se pode fazer directamente, quer por questão de distorção e ruído, quer por estar envolvida a passagem por sistemas com modulação que, como se sabe limitam a faixa à banda [300 — 3400] Hz. Ao modem competem não só funções de modulação e desmodulação, que estão na base da sua designação, mas também de comando e controle do diálogo entre a linha e o terminal de dados, nomeadamente durante o estabelecimento da comunicação. Em ligações locais com pouco ruído impulsivo é possível transmitir dados sob forma digital, sem necessidade de modulação, utilizando-se interfaces, impropriamente designados «modems de banda de base».

De um modo geral pode-se afirmar que através da rede telefónica comutada são possíveis comunicações de dados até 1200 bit/s (nalgumas redes comutadas de alta qualidade podem-se atingir os 2400 bit/s) utilizando os respectivos modems a técnica de modulação FSK. Estão aprovados pelo CCITT os seguintes modems, dentro desta gama de débitos: 200 bit/s (transmissão assíncrona, particularmente importantes para terminais de time sharing) e 600/1200 bit/s.

Acima dos 1200 bit/s já se torna necessário utilizar circuitos de qualidade especial, devidamente igualizados, e sistemas de modulação de fase PSK. Estão divulgados os sistemas de 2400, 4800 bit/s e 9600 bit/s que permitem usar periféricos de alta velocidade.

Nos sistemas de muito alta capacidade sobressai o de 64 K bit/s, particularmente adequado para introdução em sistemas PCM, sem necessidade de modulação e ocupando um único canal. O mesmo sistema, através de modem apropriado pode operar em sistemas FDM precisamente na banda do grupo primário básico (60 — 108 KHz).

O acentuado crescimento do tráfego de dados e as suas características peculiares têm conduzido, nalguns países, ao estabelecimento de redes públicas de dados apoiadas, naturalmente, nos sistemas de transmissão da rede telefónica. Estas redes envolvem a utilização de multiplexores, concentradores e também de um número maior ou menor de centros de comutação.

As estações de comutação de dados utilizam nalguns casos a comutação de circuitos já referida en-

quanto nalgumas redes surge um tipo especial chamado «comutação de blocos», que é de certo modo uma comutação de mensagens em que cada uma destas é partida em blocos, dotados de endereços que permitem o seu correcto encaminhamento e que passam a constituir as mensagens base do sistema.

2.1.1.2 — Tendências evolutivas das redes de telecomunicações

— Desenvolvimento de novos serviços e facilidades

Numa análise das tendências evolutivas da rede pública de telecomunicações há que referir, em primeiro lugar, o que se espera do desenvolvimento de novos serviços ou do alargamento a novas facilidades dos existentes. Esse desenvolvimento dependerá não só dos avanços tecnológicos, mas também da sociedade do futuro, dos seus padrões de vida e das alterações económicas, sociais, políticas e demográficas que a determinarem.

Os principais serviços de telecomunicações, organizados em redes comutadas próprias são, como se sabe, o telefone (meio privilegiado de comunicação entre as pessoas) e o telex (constituindo a primeira rede de comunicação de dados a baixa velocidade). A estes serviços, já tradicionais, se juntará, num futuro mais ou menos breve, o serviço de dados que, satisfazendo as necessidades crescentes da informática, se constituirá na principal forma de comunicação entre máquinas. Sendo certo que o telefone continuará a ser por largo tempo o terminal mais utilizado é natural que o videofone, ainda de aplicação muito restrita, apareça a longo prazo como o seu complemento natural.

Há ainda que mencionar outros serviços que poderão, de algum modo, afectar a estrutura das redes, para além da radiodifusão e da televisão que, no nosso País, não têm estado integradas na rede pública nacional. Será o caso, nomeadamente, de serviços unidireccionais utilizando os terminais tele e videofónico, tais como a difusão de programas audiovisuais de alta fidelidade ou elementos alfanuméricos e o acesso a registos bibliográficos, informação classificada de natureza vária e serviços de reserva de transportes, hotéis, espectáculos, etc. Por outro lado, e através de simples reprodução gráfica, poder-se-á desenvolver um sistema de fac-simile ao domicílio, com diversas aplicações, indo desde a transmissão de jornais e a fototelegrafia ao correio ordinário.

O desenvolvimento dos serviços atrás apontados será acompanhado da introdução de novas facilidades envolvendo a difusão de terminais instalados nos principais meios de transporte e com acesso fácil à rede nacional.

Entre as facilidades directamente ligadas à comodidade dos assinantes salienta-se a possibilidade de conferências (tele ou videofónicas), com três ou mais participantes e estabelecimento feito, eventualmente, por via automática. Entre outras, são também de referir a marcação abreviada, o serviço automático de apoio a assinantes ausentes, as linhas de acesso limitado na saída, as linhas prioritárias, o aviso de chamada em espera, a repetição automática de chamada não estabelecida, a possibilidade de retenção e transferência de chamadas e os registos discriminados do serviço de cada posto.

Em relação ao serviço de dados há a referir a possibilidade de comunicação entre terminais funcionando com débitos e/ou códigos diferentes.

— Redes digitais: as redes do futuro

A evolução dos serviços e a implementação de novas facilidades exigem o estabelecimento de redes adequadas que o consenso geral dos especialistas define como redes digitais, não só por razões de natureza tecnológica, mas também por serem as que, nas melhores condições técnicas e económicas, satisfazem os requisitos dos serviços do futuro.

Na realidade, os progressos notáveis das técnicas dos semicondutores e dos circuitos integrados, permitindo velocidades de comutação cada vez mais elevadas com menores consumos, vão acelerar o desenvolvimento dos sistemas digitais de transmissão e comutação, onde são utilizados em larga escala.

As redes digitais permitem uma grande uniformidade no tratamento dos vários serviços e a integração das funções de comutação e de transmissão. Por outro lado os sinais digitais apresentam uma maior imunidade ao ruído, que praticamente se concentra nos conversores e apenas para os sinais analógicos introduzidos na rede digital, que é assim particularmente adequada para serviços exigindo alta qualidade de transmissão, como é o caso da comunicação de dados.

O desenvolvimento de uma rede digital não é, no entanto, isento de problemas e, para além dos que se prendem com os próprios sistemas e a sua tecnologia, há a considerar os resultados da existência de toda uma infraestrutura assente em sistemas analógicos. De facto as circunstâncias de, até há pouco tempo, a rede se ter orientado quase exclusivamente para a transmissão da voz, introduzida na rede directamente pelo telefone (dispositivo analógico), e de o desenvolvimento tecnológico não permitir a transmissão digital a altas velocidades, conduziram à referida infraestrutura, onde estão empenhados vultosos investimentos, que não pode ser desprezada e, pelo contrário, tem de ser aproveitada do modo mais rentável.

A introdução dos sistemas digitais na rede, começará naturalmente pelos sistemas de transmissão para, numa fase posterior, com a difusão das centrais de comutação temporal, se tender para a rede telefónica integrada (comutação-transmissão).

Por outro lado, e como já se referiu, verificar-se-á o desenvolvimento gradual do novo serviço de comunicação de dados, integrando ou não o telex, e utilizando os sistemas de transmissão da rede exis-

SKF

A SKF não tem apenas rolamentos de esferas e de rolos .

Temos também rolamentos de agulhas rótulas e embutes .

Evidentemente, temos do mesmo modo toda a espécie de acessórios para rolamentos.

Além disso a SKF fabrica muitos outros produtos de qualidade.

Rodas e carretos cónicos, por exemplo

Fusos roscados de rolamento de alta precisão que transformam o movimento de rotação em linear.

Fabricamos também machos cassonetes e brocas .

O mesmo se passa com pontos rotativos .

E muitos sabem que também temos um bom Serviço Técnico.

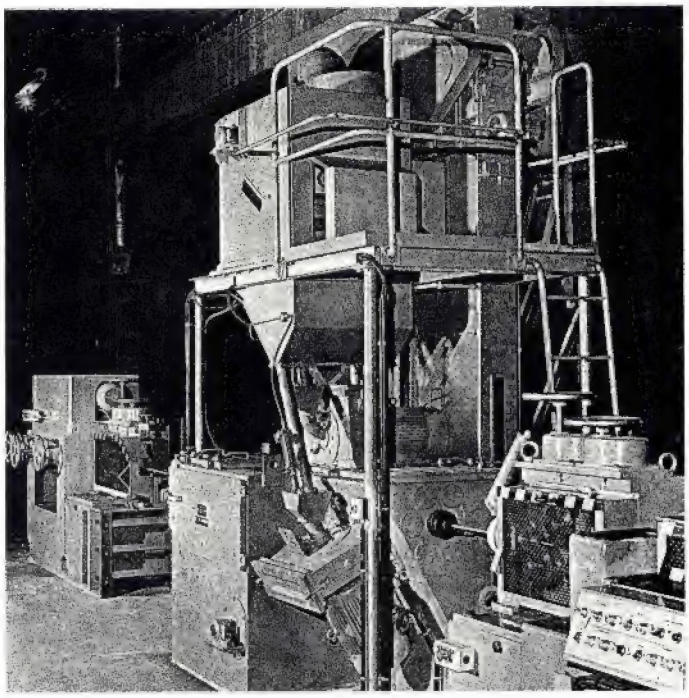
SOCIEDADE SKF LIMITADA

LISBOA - PRAÇA DA ALEGRIA, 66-A
TELEF.: 362301 - TELEGR.: ESKAEF - TELEX: 12156

PORTO - RUA DELFIM FERREIRA, 604
TELEF.: 692054 - TELEGR.: ESKAEF

Mais de 500 km de fio máquina e varão

são decapados por hora utilizando máquinas +GF+



Nas máquinas **+GF+**, de decapagem a jacto por turbina, são decapados fio máquina e varão de dimensões e qualidades diferentes, metàlicamente limpos, capazes de serem trefilados, por processo económico que defende o ambiente. O **+GF+** tem experiência tecnológica de longos anos neste campo especial.

Dispomos da melhor técnica de decapagem para cada campo de aplicação. Existem, também, máquinas **+GF+** para a decapagem mecânica de lingotes, biletes, chapas, arco, tubos e perfilados incluindo estruturas metálicas e muito mais ainda. Façam uma experiência.

+GF+

Georges Fischer Sociedade Anónima, Schaffhouse (Suiça)

SM 1029/5 Representante: Sociedade Comercial Romar, 83–1° Dto, LISBOA - 2 – Telefone: 603131

tente na altura. De facto as necessidades da teleinformática, que a rede telefónica comutada não pode satisfazer, e a proliferação de redes particulares apontam para a criação de uma rede nacional de dados, satisfazendo as normas internacionais, garantindo um sistema eficiente nas melhores condições económicas para o País e já integrada nas tendências evolutivas das telecomunicações do futuro.

Numa época bastante longinqua, e possivelmente após a criação da rede videofónica e a conclusão da integração no domínio dos sistemas de transmissão, é de esperar uma tendência gradual para uma rede integrada de todos os serviços, inteiramente digital, com codificadores incorporados nos terminais analógicos dos assinantes. Constituirá essa rede um sistema unificado de alta qualidade, permitindo uma notável economia de recursos.

— *Evolução dos sistemas de transmissão*

No domínio dos sistemas de transmissão crê-se que num prazo relativamente curto a maioria dos novos sistemas a instalar nas redes nacionais sejam sistemas digitais (PCM). O desenvolvimento tecnológico tende a acelerar-se e a permitir a expansão do equipamento das mais altas hierarquias. O CCITT normalizou já até à 4.ª hierarquia europeia (140 Mbit/s — 1920 vias telefónicas) estando em vias de instalação na Europa, nomeadamente na Grã-Bretanha, alguns sistemas deste tipo, sobre cabo coaxial. Quanto aos sistemas em feixe hertziano e ainda na Europa, já se dispõe da 3.ª hierarquia (34 Mbit/s — 480 vias). Por outro lado tem-se conhecimento de sistemas experimentais, na América do Norte e Japão, envolvendo débitos da ordem dos 400 a 500 Mbit/s.

A organização hierárquica dos sistemas PCM normalizados permite a sua utilização por vários serviços de um modo eficiente, através dos interfaces adequados, possibilitando-se, deste modo, uma integração ao nível da transmissão.

É importante fazer notar, no entanto, que durante um período bastante longo os sistemas digitais terão de coexistir com os analógicos, que constituem a rede actual e nos quais continuará a haver ampliações durante algum tempo, embora cada vez menos expressivas.

A interligação entre esses dois sectores da rede obrigará à utilização de conversores analógico-digitais, nomeadamente entre os grupos das hierarquias FDM e TDM.

O desenvolvimento do equipamento de multiplexagem PCM das mais altas hierarquias envolverá um progresso paralelo no domínio dos sistemas de linha e feixes hertzianos.

Nos sistemas em cabo coaxial têm os estudos sido orientados no sentido de aproveitar as infraestruturas existentes para os sistemas analógicos. É assim que é possível no sistema de 140 Mbit/s utilizar os potes dos repetidores do sistema de 12 MHz, bem como o respectivo sistema de alimentação. Preocupação idêntica preside aos estudos dos feixes hertzianos PCM de modo a evitar-se o recurso a frequências muito elevadas que obriguem a aproximar as estações repetidoras.

A necessidade de capacidade muito elevadas de circuitos telefónicos ou a introdução na rede de serviços de banda larga poderá conduzir a muito longo prazo e em certas ligações, à utilização de novos suportes de transmissão como as fibras ópticas e os guias de ondas, de que já existem sistemas experimentais em vários países.

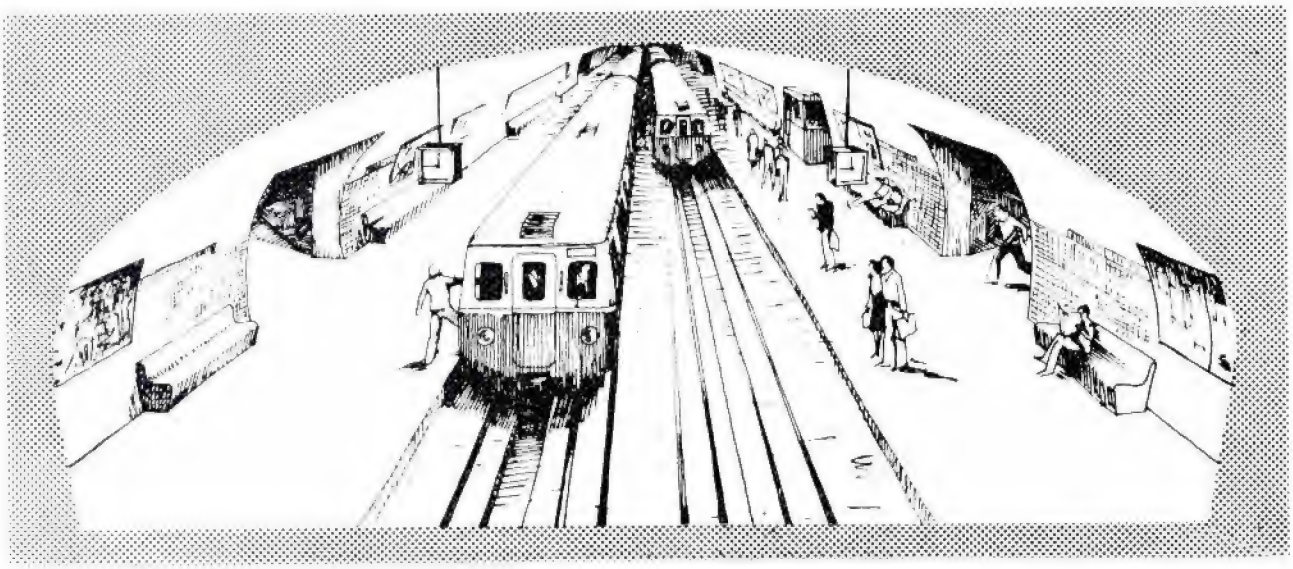
— *Evolução dos sistemas de comutação*

Relativamente aos centros de comutação é de esperar a continuação da instalação de sistemas electromecânicos de comutação por selectores de coordenadas, em substituição das antigas centrais Strowger. Ainda com comutação espacial serão progressivamente introduzidos os sistemas electrónicos com controle por programa armazenado que permitem um número significativo de novas facilidades e asseguram uma conservação bastante eficiente.

Após larga difusão na rede dos sistemas digitais de transmissão e em ligação directa com estes surgirão os comutadores temporais, cujas especificações começam agora a ser elaboradas nos organismos internacionais. Será o caminho para a rede telefónica integrada.

A difusão das centrais com controle por programa armazenado conduzirá necessariamente ao recurso à sinalização por um canal semáforo, separado dos de conversação, um verdadeiro canal de dados entre os processadores das estações. Um novo sistema de sinalização, semelhante ao CCITT N.º 6, definido para sistemas analógicos, surgirá apoiado, naturalmente, no canal de 64 Kbit/s (unidade básica dos sistemas PCM).

(Continua no próximo número)



PARA:

ECONOMIZAR ENERGIA
COMBATER A POLUIÇÃO
POUPAR TEMPO
DEVOLVER AO PEÃO OS ESPAÇOS DE QUE CARECE

M METROPOLITANO

UMA SOLUÇÃO EFICAZ
NO DOMINIO DOS TRANSPORTES
COLECTIVOS URBANOS

METROPOLITANO DE LISBOA

NÚMERO 447 FEVEREIRO DE 1978 ANO LIII VOLUME XXXIX

C. D. U. 624.072.334.1

Vigas Vierendeel simples

J. S. BRAZÃO FARINHA

RESUMO

Apresenta-se o formulário correspondente a vigas Vierendeel simétricas de altura constante e de 2, 3, 4 e 5 painéis, constituídas por barras verticais e horizontais, sendo as cordas, bem como os pendurais, de momento de inércia constante, respectivamente I_h e I_v.

Consideram-se apenas os casos das vigas solicitadas por cargas concentradas verticais nos nós ou por cargas uniformemente distribuídas nas cordas.

O método utilizado neste estudo é o de Cross, numa análise de tipo genérico.

SYNOPSIS

It is presented the formulary corresponding to symmetric Vierendeel girders, of constant height and of 2, 3, 4 and 5 panels, formed by vertical and horizontal bars with constant inertia.

The cases of girders carried by concentrated loads on the vertical members or uniformly distributed loads on the chords are considered.

It was used the Cross method on a generic type of analysis.

1 — NOTAÇÕES

Adoptamos as seguintes notações:

M_{CB} — Momento junto do nó C da barra CB

$M_{CC'}$ — » » » » C » » CC'

l — vão dos painéis da viga

h — altura da viga

$k_v = \frac{I_v}{h}$, módulo de rigidez dos montantes

$k_h = \frac{I_h}{l}$, módulo de rigidez das cordas

I_v — momento de inércia da secção transversal dos montantes

I_h — momento de inércia da secção transversal das cordas

$t = \frac{k_v}{k_h}$

Os sinais positivos dos momentos indicam-se nas figuras 11 e 12, e referenciam-se na fig. 1: nas barras horizontais são positivos os momentos que produzem tracções do lado de dentro da viga e negativos os que produzem tracções do lado de fora da viga ou mais precisamente, num caso e noutro, os momentos que produzem tracções nas zonas tracejadas dos diagramas da fig. 2. Isto equivale, para um observador colocado entre

Manuscrito recebido para publicação em 19/1/77).

os apoios A e F da viga, a trocar os sinais da convenção de Cross à esquerda das cordas superiores e à direita das inferiores. Nas barras verticais, do mesmo modo são negativos os momentos que produzem tracções do lado de fora. No texto adopta-se, porém, para análise do problema, a convenção de Cross, que se abandona no final dessa análise, para a apresentação do formulário indicado nas figs. 11 e 12. Notar a importância da convenção de sinais de Cross, para a clareza de compreensão dos sentidos em que os momentos actuam nos diferentes nós e extremidades das barras.

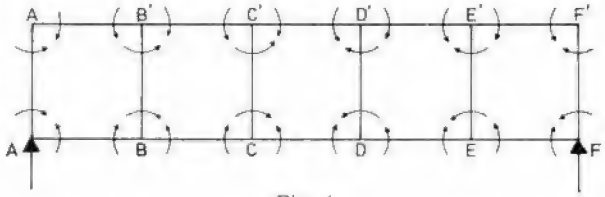


Fig. 1

Convenção do sentido positivo dos momentos flectores dos valores indicados nas figuras 11 e 12 e no exemplo numérico

Notemos que o diagrama de momentos é simétrico em relação ao eixo vertical de simetria (perpendicular às cordas) e antisimétrico em relação ao eixo horizontal de simetria (paralelo às cordas) nas condições de simetria consideradas. Deste modo:

a) O momento na parte inferior de qualquer montante é igual e de sinal contrário ao do seu extremo superior. Será, por exemplo, $M_{AA'} = -M_{A'A}$

b) O momento no extremo de uma barra da corda inferior é igual e de sinal contrário ao momento no extremo correspondente da barra da corda superior. Por exemplo, $M_{AB} = -M_{A'B'}$

c) O momento no extremo de qualquer barra horizontal é igual e simétrico ao da barra simétrica, junto do nó também simétrico.

d) Os momentos nos extremos de qualquer barra vertical são iguais e simétricos aos das barras simétricas.

Exemplo — Calcular os momentos flectores que se exercem nas extremidades dos diferentes elementos de uma viga Vierendeel de 4 painéis, de vão teórico L = 14,00 m e altura h = 3,0 m, devidos ao peso próprio da viga. Secção dos montantes 0,20 × 0,20 e das cordas 0,20 × 0,50 (betão armado).

Teremos F = 0,2 × 0,2 × 3,0 × 2400 = 290 kg; g = 0,2 × 0,5 × 0,5 × 2400 = 240 kg/m

$$l = \frac{14{,}0}{4{,}0} = 3{,}5 \text{ m} \quad k_v = \frac{20 \times 20^3}{12 \times 300} = 44{,}44 \text{ cm}^3 \quad k_h = \frac{20 \times 50^3}{12 \times 350} = 595{,}24 \text{ cm}^3$$

$$t = \frac{44{,}44}{595{,}25} = 0{,}0747; \quad 36\,t^2 + 18\,t + 1 = 2{,}545; \quad 18\,t^2 + 8\,t + 1 = 1{,}698; \quad 9\,t^2 + 5\,t = 0{,}424;$$

$$6\,t^2 - t - 1 = 1{,}041; \quad 24\,t^2 + 7\,t = 0{,}657; \quad 18\,t^2 + 21\,t + 4 = 5{,}669$$

$$M_{AA'} = M_{AB} = M_{DE} = M_{EE'} = \frac{3}{2} \times 290 \times 3{,}5 \times \frac{0{,}424}{2{,}545} + 2 \times 240 \times 3{,}5^2 \times \frac{0{,}681}{2{,}546} = 1830 \text{ kgm}$$

$$M_{A'A} = M_{A'B'} = M_{E'E} = M_{E'D} = -1830 \text{ kgm}$$

$$M_{BA} = M_{DE} = -\frac{3}{4} \times 290 \times 3{,}5 \times \frac{1{,}698}{2{,}545} - \frac{1}{2} \times 240 \times 3{,}5^2 \times \frac{5{,}911}{2{,}545} = -3350 \text{ kgm}$$

$$M_{B'A'} = M_{D'E'} = 3350 \text{ kgm}$$

$$M_{BB'} = M_{DD'} = \frac{3}{4} \times 290 \times 3{,}5 \times \frac{0{,}657}{2{,}545} + 240 \times 3{,}5^2 \times \frac{1{,}023}{2{,}545} = 1380 \text{ kgm}$$

$$M_{B'B} = M_{DD'} = -1380 \text{ kgm}$$

$$M_{BC} = M_{DC} = -\frac{3}{4} \times 290 \times 3{,}5 \times \frac{1{,}041}{2{,}545} + \frac{3}{2} \times 240 \times 3{,}5^2 \times \frac{0{,}955}{2{,}545} = -1970 \text{ kgm}$$

$$M_{B'C'} = M_{D'C'} = 1970 \text{ kgm}$$

$$M_{CB} = M_{CD} = -\frac{1}{4} \times 290 \times 3{,}5 \times \frac{5{,}669}{2{,}545} - 240 \times 3{,}5^2 \times \frac{2{,}706}{2{,}545} = -3690 \text{ kgm}$$

$$M_{C'B'} = M_{C'D'} = 3690 \text{ kgm}$$

$$M_{C'C'} = M_{CC'} = 0$$

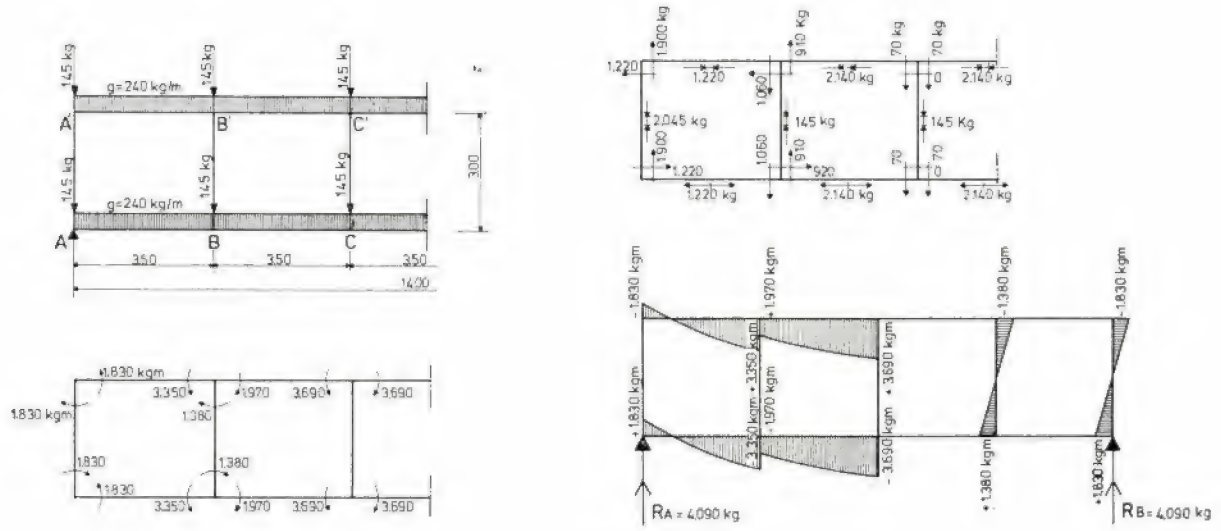


Fig. 2

Esforços actuantes na viga de 4 painéis do exemplo

Atendendo a que

$36\ t^2 + 10\ t + 3 = 3{,}948$; $36\ t^2 + 62\ t + 19 = 23{,}832$; $6\ t^2 + 10\ t + 3 = 3{,}780$; $18\ t^2 + 45\ t + 11 = 14{,}462$; $36\ t^2 + 90\ t + 23 = 29{,}924$; $g = 2{,}40$ kg/cm; $l = 350$ cm;

$I_h = \dfrac{20 \times 50^3}{12} = 208333$ cm³ as flechas nos nós B e C para $E = 170\,000$ kg/cm² são, respectivamente,

$$f_B = f_D = \Delta_1 = \frac{3\,(6\,t^2 + 10\,t + 3)\,F + (36\,t^2 + 62\,t + 19)\,gl}{8\,EI_h\,(36\,t^2 + 18\,t + 1)}\,l^3 = \frac{(3 \times 3.780 \times 290 + 23{,}832 \times 2{,}4 \times 350) \times 350^3}{8 \times 170000 \times 208333 \times 2{,}545} =$$

$$= \frac{100{,}557 \times 10^{13}}{72{,}108 \times 10^{11}} = 1{,}39 \text{ cm}$$

$$f_C = \Delta_2 = \frac{(18\,t^2 + 45\,t + 11)\,F + (36\,t^2 + 90\,t + 23)\,gl}{24\,EI_h\,(36\,t^2 + 18\,t + 1)}\,l^3 = \frac{(14{,}462 \times 290 + 29{,}924 \times 2{,}4 \times 350) \times 350^3}{24 \times 170000 \times 208333 \times 2{,}545} =$$

$$= \frac{125{,}7529 \times 10^{10}}{216{,}324 \times 10^{11}} = 0{,}58 \text{ cm}$$

sendo o deslocamento dos nós C e C'

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 1{,}39 + 0{,}58 = 2{,}0 \text{ cm}$$

A flecha máxima nas barras extremas conduz a $f/l = \frac{1{,}39}{350} = \frac{1}{250}$ e nas barras intermédias a

$$f/l = \frac{0{,}58}{350} = \frac{1}{600}$$

2 — VIGA DE DOIS PAINÉIS

As duas transmissões que correspondem à actuação de cargas uniformemente distribuídas nas cordas e ao deslocamento do nó central B são, respectivamente as indicadas na fig. 3, em que $u = \frac{3\,t}{2+3\,t}$;

$$v = \frac{2}{2+3\,t}$$

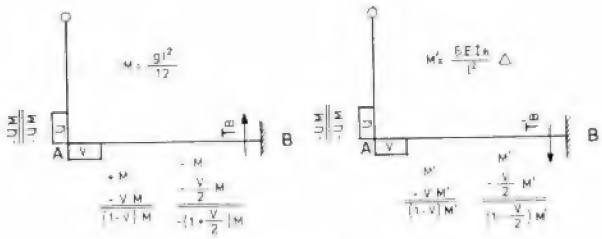


Fig. 3

Transmissões de momentos na viga de dois painéis

Para a actuação da carga uniformemente distribuída o esforço transverso T_B em B (dirigido para cima) é obtido como segue:

$$M = \frac{gl^2}{12}\;;\; T_B = \frac{gl}{2} + \frac{gl^2}{12\,l}\left(1 + \frac{v}{2} - 1 + v\right) = \frac{gl}{4}\,\frac{5+6\,t}{2+3\,t}$$

Para a descida do apoio B, T'_B (dirigido para baixo)

$$M' = \frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta\;;\; T'_B = \left(1 - v + 1 - \frac{v}{2}\right)\frac{6\,EI_h}{l^3}\,\Delta = \frac{1+6\,t}{2+3\,t}\,\frac{6\,EI_h}{l^3}\,\Delta$$

2.1 — ACTUAÇÃO DE CARGAS CONCENTRADAS F NO NÓ CENTRAL

A equação de equilíbrio do nó B, que permite determinar o valor de Δ (flecha em B, $\Delta = f_B$), é

$$\frac{1+6\,t}{2+3\,t}\,\frac{6\,EI_h}{l^3}\,\Delta = \frac{F}{4}\;;\; \Delta = \frac{F\,l^3}{24EI_h}\,\frac{2+3\,t}{1+6\,t}$$

Teremos, pois, considerando a convenção de sinais da fig. 1

$$M_{BA} = -\left(1 - \frac{1}{2+3t}\right) \frac{6EI_h}{l^2} \frac{Fl^3}{24EI_h} \frac{2+3t}{1+6t} = -\frac{1+3t}{1+6t} \frac{Fl}{4}$$

$$M_{AB} = +\left(1 - \frac{2}{2+3t}\right) \frac{6EI_h}{l^2} \frac{Fl^3}{24EI_h} \frac{2+3t}{1+6t} = +\frac{3t}{1+6t} \frac{Fl}{4}$$

$$M_{AA'} = +\frac{3t}{2+3t} \frac{6EI_h}{l^2} \frac{Fl^3}{24EI_h} \frac{2+3t}{1+6t} = +\frac{3t}{1+6t} \frac{Fl}{4}$$

2.2 — ACTUAÇÃO DE CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDAS g NAS BARRAS HORIZONTAIS

A equação de equilíbrio do nó B é agora

$\frac{gl}{4} \frac{5+6t}{2+3t} = \frac{1+6t}{2+3t} \frac{6EI_h}{l^2} \Delta$, a qual permite determinar o valor da flecha em B, $\Delta = f_B$. Teremos

$\Delta = \frac{gl^4}{24EI_h} \frac{5+6t}{1+6t}$ donde se deduz, para a convenção corrente de sinais,

$$M_{BA} = -\left(1 + \frac{1}{2+3t}\right) \frac{gl^2}{12} + \left(1 - \frac{1}{2+3t}\right) \frac{6EI_h}{l^2} \frac{gl^4}{24EI_h} \frac{5+6t}{1+6t} = -\frac{gl^2}{4}\left[\frac{(1+3t)(5+6t)}{(1+6t)(2+3t)} - \frac{(1+t)(1+6t)}{(2+3t)(1+6t)}\right] =$$

$$= -\frac{1+2t}{1+6t} \frac{gl^2}{2}$$

$$M_{AB} = +\left[1 - \frac{2}{2+3t}\right]\left[\frac{gl^2}{12} + \frac{6EI}{l^2} \frac{gl^4}{24EI} \frac{5+6t}{1+6t}\right] = +\frac{2t}{1+6t} gl^2$$

$$M_{AA'} = +\frac{3t}{2+3t} \frac{gl^2}{4} = +\frac{2t}{1+6t} gl^2$$

3 — VIGA DE TRÊS PAINÉIS

Analogamente ao indicado no número anterior as duas transmissões que correspondem à actuação de cargas uniformemente distribuídas nas cordas ($M = \frac{gl^2}{12}$) e ao deslocamento dos nós centrais B, C, B' e C' ($M = \frac{6EI_h}{l^2} \Delta$) são, respectivamente as indicadas nas figs. 4 e 5. As somas dão os valores dos momentos através da expressão relativa às progressões geométricas de termos decrescentes de 1.º termo a e razão r, $S = \frac{a}{1-r}$. Os valores dos coeficientes de distribuição indicados nessas figuras são os seguintes:

$$u = \frac{3t}{2+3t} \qquad v = \frac{2}{2+3t}$$

$$u_1 = \frac{t}{1+t} \qquad v_1 = 2v_2 = \frac{2}{3(1+t)}$$

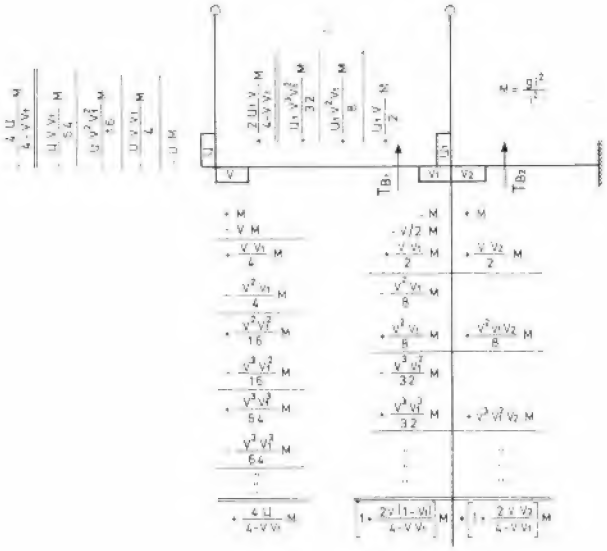


Fig. 4

Transmissão de momentos na viga de 3 painéis solicitada por cargas uniformemente distribuídas nas cordas e nós B e C apoiados

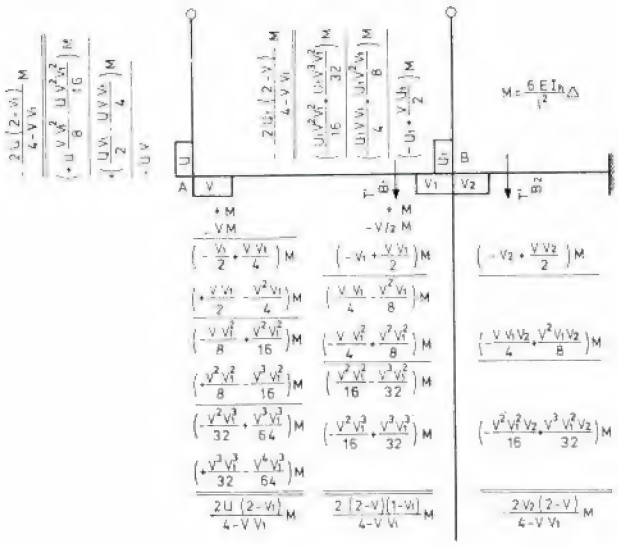


Fig. 5

Transmissão de momentos na viga de 3 painéis solicitada por um deslocamento vertical do nó central B

Na 1.ª hipótese, os esforços transversos em B são obtidos como segue

$$M = \frac{gl^2}{12} \; ; \; T_{b2} = \frac{gl}{2}$$

$$T_{B1} = \frac{gl}{2} + \frac{gl^2}{12\,l}\left[1 + \frac{2v\,(1-v_1)}{4-vv_1} - \frac{4u}{4-vv_1}\right] = \frac{gl}{4}\left[2 + \frac{2v - vv_1}{4 - vv_1}\right] = \frac{gl}{4}\left[2 + \frac{2+3t}{3(1+t)(2+3t)-1}\right]$$

Na 2.ª hipótese (deslocamento vertical do nó B)

$$M = \frac{6EI}{l^2}\,\Delta \; ; \quad T'_{B2} = O$$

$$T'_{B1} = \frac{2\,M}{(4-vv_1)\,l}\left[u\,(2-v_1) + (2-v)\,(1-v_1)\right] = \frac{18\,t^2 + 12\,t + 1}{3\,(1+t)(2+3t)-1}\;\frac{6\,EI_h}{l^3}\;\Delta$$

Notar que, nesta hipótese de solicitação, por virtude da simetria, as barras B-C e B'-C' mantêm as suas extremidades de nível. A flecha máxima das barras B-C e B'-C' verifica-se a meio vão.

3.1 — ACTUAÇÃO DE CARGAS CONCENTRADAS F NOS NÓS

A equação de equilíbrio do nó B é agora

$$\frac{(18t^2+12t+1)}{3(1+t)\,(2+3t)-1}\;\frac{6EI_h}{l^3}\;\Delta = \frac{F}{2}$$, donde se deduz o valor da flecha em B, $\Delta = f_B$.

$$\text{Vem } \Delta = \frac{Fl^3}{12EI_h}\;\frac{3(1+t)\,(2+3t)-1}{(18t^2+12t+1)}$$

Teremos pois, dentro da convenção corrente de sinais

$$M_{BA} = -\frac{2}{4 - \dfrac{2}{3\,(1+t)}\;\dfrac{2}{(2+3t)}}\;\left(2 - \frac{2}{2+3t}\right)\left[1 - \frac{2}{3\,(1+t)}\right]\frac{6\,EI_h}{l^2}\;\frac{F\,l^3}{12\,EI_h} \times \frac{3(1+t)(2+3t)-1}{(18\,t^2 + 12\,t + 1)} =$$

$$= -\frac{(1+3\,t)^2}{18\,t^2 + 12\,t + 1}\;\frac{Fl}{2}$$

MAGUE

"Guindaste de 100 t x 52 m/6 t x 55 m fornecido para os Estaleiros Navais de Viana do Castelo".

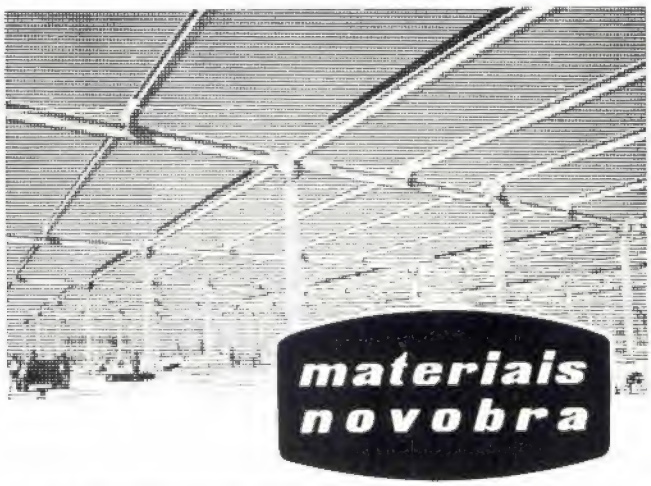
PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS	*Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS	*Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*
TURBINAS A VAPOR	*Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*
CALDEIRAS A VAPOR	*Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS	

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

PÓRTICOS DE GRANDE VÃO

Porticos ate 22,00 m de vão e pilares até 9,00 m de altura, afastados de 12,00 m no interior e de 6,00 m no perimetro exterior. As fundações são minimas devido ao baixo peso da estrutura (≃ 60 kg/m2). São possiveis adaptações para pontes rolantes.



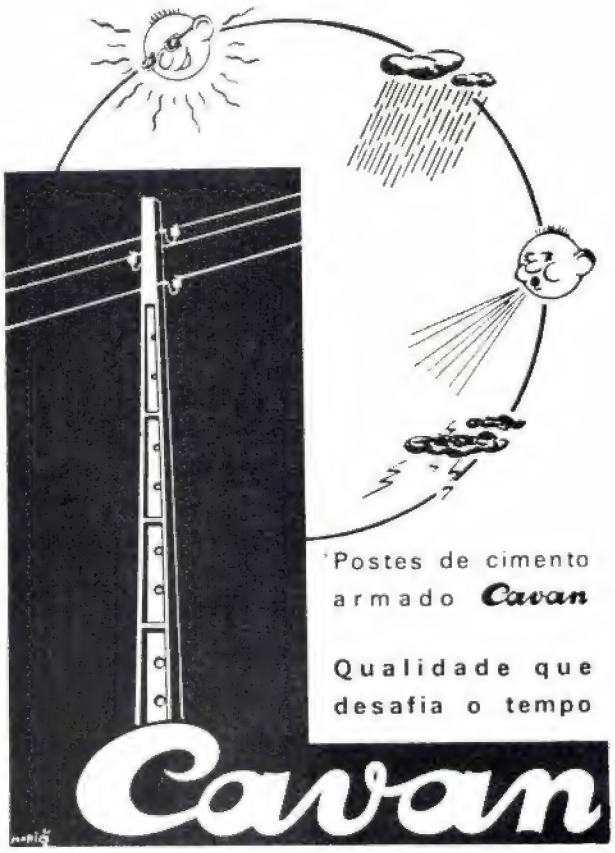
A mais vasta gama em pré-fabricados de betão

Pre-fabricação total ou parcial · Pavimentos · Coberturas · Asnas · Perfis especiais · Post-Esforço «Losinger» · Pontões · Vigas de grande vão · Porticos · «Crendon» · Porticos «Guiraudie & Auffeve» · Pavimento «Trief» · Protecção de segurança «Trief» · Mosaicos · Garagens · Tubos · Blocos de Leca · Espaçadores de Betão · Estacas para Vinhas e Pomares · Travessas para Caminhos de Ferro

Fábricas em: Lisboa, Leiria, Lagos, Guarda e Moita.

Sede: Av. Est. Unidos da América, 100-5.º Dt.º — Lisboa-5
Telefones — Serviços Administrativos: 77 48 32 - 77 29 53 • Telex: 18373 NOVOBA P
Serviços Técnicos: 89 41 16/7/8 - 89 93 31/2

CONSTRUA COM CONFIANÇA - CONSULTE-NOS



Av. Visconde Valmor, 76-1.º - Tel. 766014 (7 linhas) Lisboa-1

matérias plásticas, lda. map

Fabrico por
COMPRESSÃO
INJECÇÃO
EXTRUSÃO
SOPRO
FILME

- ACESSÓRIOS PARA CASA DE BANHO
- Especializada no fabrico de artigos para laboratórios e cosméticos

FÁBRICA - Apartado 64
Tel. 24051/2 LEIRIA

Delegação - R. Passos Manuel 80-1º
Telefone 557470 LISBOA

Já pensou...

... que o seu anúncio é muito eficaz se for publicado na revista que os seus clientes lêem? Os milhares de exemplares de cada número da nossa revista são lidos por engenheiros e técnicos, por pessoas ligadas à indústria, à investigação, ao ensino, pelos seus clientes, em suma. Consulte-nos

técnica REVISTA DE ENGENHARIA

Avenida Rovisco Pais - Lisboa 1 - Telef. **88 93 23**

$$M_{BB'} = + \frac{2\,\frac{t}{1+t}}{4 - \frac{2}{3(1+t)} + \frac{2}{2+3t}} \left(2 - \frac{2}{2+3t}\right) \frac{6\,EI}{l^2}\,\frac{Fl^3}{12\,EI} \times \frac{3\,(1+t)\,(2+3t) - 1}{18\,t^2 + 12\,t + 1} =$$

$$= + \frac{3t\,(1+3t)}{18t^2 + 12t + 1}\,\frac{Fl}{2}$$

$$M_{BC} = - \frac{\frac{2}{3\,(1+t)}}{4 - \frac{4}{3\,(1+t)\,(2+3t)}} \left(2 - \frac{2}{2+3t}\right) \frac{6\,EI}{l^2}\,\frac{Fl^3}{12\,EI}\,\frac{3\,(1+t)\,(2+3t) - 1}{18t^2 + 12t + 1} = \frac{1+3t}{18t^2 + 12t + 1}\,\frac{Fl}{2}$$

$$M_{AA'} = M_{AB} = + \frac{2\,\frac{3t}{2+3t}}{4 - \frac{4}{3\,(1+t)\,(2+3t)}} \left[2 - \frac{2}{3\,(1+t)}\right] \frac{Fl}{2}\,\frac{3\,(1+t)\,(2+3t) - 1}{18\,t^2 + 12\,t + 1} =$$

$$= + \frac{3t\,(2+3t)}{18\,t^2 + 12\,t + 1}\,\frac{Fl}{2}$$

3.2 — ACTUAÇÃO DE CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDAS g NAS BARRAS HORIZONTAIS

A equação de equilíbrio do nó B é

$$\frac{gl}{4}\left[4 + \frac{2+3\,t}{3\,(1+t)(2+3t) - 1}\right] = \frac{18\,t^2 + 12\,t + 1}{3\,(1+t)(2+3t) - 1}\,\frac{6\,EI_h}{l^3}\,\Delta$$

da qual se deduz o valor de $\Delta = f_B$

$$\Delta = \frac{36\,t^2 + 63\,t + 22}{18\,t^2 + 12\,t + 1}\,\frac{gl^4}{24\,EI_h}$$

e teremos, para a convenção corrente de sinais,

$$M_{BA} = - \left\{ \frac{2(2-v)(1-v_1)}{4 - vv_1}\,\frac{6\,EI}{l^2}\,\Delta - \left[1 + \frac{2\,v\,(1-v_1)}{4 - vv_1}\right] \frac{gl^2}{12} \right\} =$$

$$= - \left\{ \frac{(1+3t)^2}{3\,(1+t)(2+3t) - 1}\,\frac{36\,t^2 + 63\,t + 22}{18\,t^2 + 12\,t + 1}\,\frac{gl^2}{4} - \left[1 + \frac{1+3\,t}{3\,(1+t)(2+3t) - 1}\right] \frac{gl^2}{12} \right\} =$$

$$= - \frac{810\,t^4 - 1917\,t^3 + 1503\,t^2 + 495\,t + 60}{(9\,t^2 + 15\,t + 5)(18\,t^2 + 12\,t + 1)}\,\frac{gl^2}{12} = - \frac{30\,t^2 + 21\,t + 4}{18\,t^2 + 12\,t + 1}\,\frac{gl^2}{4}$$

$$M_{BC} = - \frac{v_1\,(2-v)}{4 - vv_1}\,\frac{6\,EI}{l^2}\,\Delta - \left[1 + \frac{2\,vv_2}{4 - vv_1}\right] \frac{gl^2}{12} = \frac{-3\,t^2 + 4\,t + 2}{18\,t^2 + 12\,t + 1}\,\frac{gl^2}{2}$$

$$M_{BB'} = + \left[\frac{2u_1\,(2-v)}{4 - vv_1}\,\frac{6\,EI}{l^2}\,\Delta - \frac{4u_1\,v}{4 - vv_1}\,\frac{gl^2}{12}\right] = + \frac{36\,t^2 + 13\,t}{18t^2 + 12t + 11}\,\frac{gl^2}{4}$$

$$M_{AA'} = M_{AB} = + \frac{2u_1\,(2-v)}{4 - vv_1}\,\frac{6\,EI}{l^2}\,\Delta + \frac{2u_1\,v}{4 - vv_1}\,\frac{gl^2}{12} = + \frac{t\,(36t + 13)}{18\,t^2 + 12\,t + 1}\,\frac{gl^2}{4}$$

4 — VIGA DE QUATRO PAINÉIS

Neste caso teremos, para as cargas uniformemente distribuídas ($M = \frac{gl^2}{12}$) o resultado indicado na fig. 6, por analogia com a fig. 4.

O deslocamento dos nós centrais é efectuado em duas etapas conforme fig. 7, sendo válidos na 1.ª etapa os resultados da fig. 5.

A 1.ª etapa, que considera só a quarta parte da estrutura, corresponde ao deslocamento do nó B relativamente a A, mantendo-se a barra BC paralelamente a si mesma. A 2.ª etapa corresponde ao deslocamento do nó C em relação a B.

Teremos $u = \frac{3t}{2+3t}$; $v = \frac{2}{2+3t}$

$$u_1 = \frac{3t}{4+3t} \; ; \quad v_1 = v_2 = \frac{2}{4+3t}$$

1.ª Hipótese — Rotação dos nós

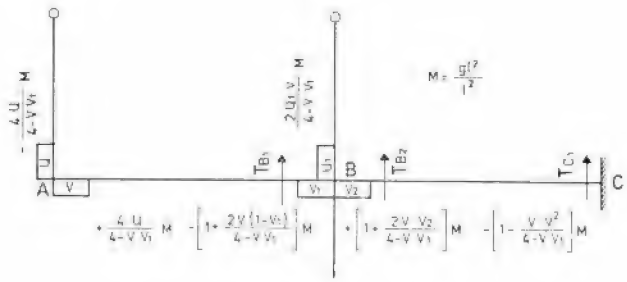
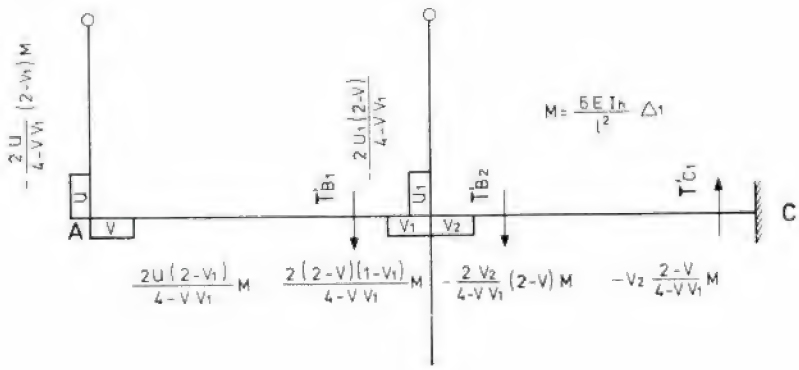


Fig. 6

Transmissão de momentos na viga de 4 painéis solicitada por cargas uniformemente distribuídas nas cordas e nós B, C, D, fixos

2.ª Hipótese — 1.ª etapa do deslocamento de nós



3.ª Hipótese — 2.ª etapa do deslocamento

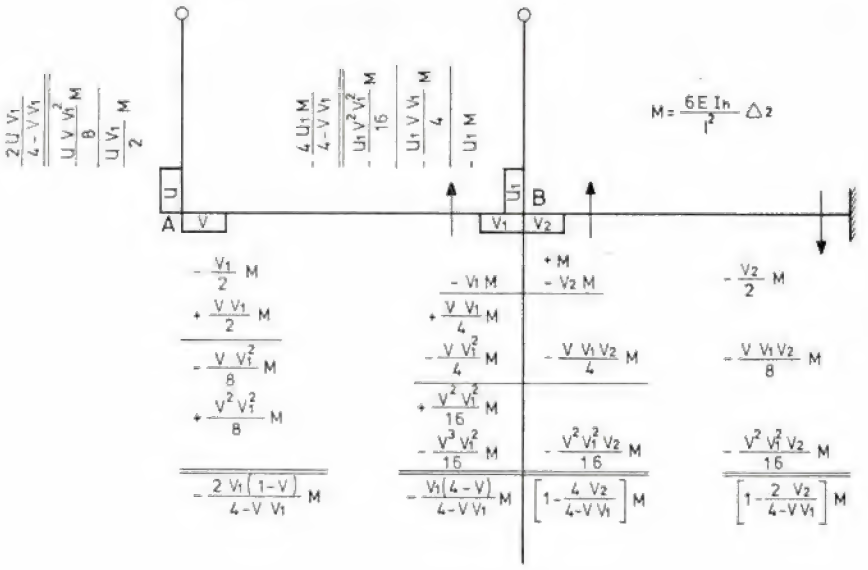


Fig. 7

Transmissão de momentos da viga de 4 painéis solicitada por deslocamentos verticais dos nós B e C

Na 1.ª hipótese os esforços transversos em B e em C são, respectivamente

$$T_{B1} = \frac{gl}{2} + \frac{gl^2}{12\,l}\left[1 + \frac{2v\,(1-v_1)}{4-vv_1} - \frac{4u}{4-vv_1}\right] = \frac{gl}{4}\;\frac{18t^2+39t+17}{9t^2+18t+7}$$

$$T_{B2} = \frac{gl}{2} + \frac{gl^2}{12\,l}\;\frac{3\,vv_2}{4-vv1} = \frac{gl}{4}\left[2 + \frac{1}{9t^2+18t+7}\right]$$

$$T_{C1} = T_{C2} = \frac{gl}{2} - \frac{gl^2}{12\,l}\;\frac{3\,vv_2}{4-vv1} = \frac{gl}{4}\left[2 - \frac{1}{9t^2+18t+7}\right]$$

Todos estes esforços transversos são dirigidos para cima, fig. 6.

Na 2.ª hipótese (1.ª e 2.ª fases) relativa ao deslocamento dos nós B e C, teremos

$$T_{B1} = T'_{B1} + T''_{B1} = \left\{\frac{12\,EI_h}{l^3}\;\frac{u\,(2-v_1)-(2-v)(1-v_1)}{4-vv_1}\;\Delta_1 - \frac{6\,EI_h}{l^3}\;\frac{v_1(4-v)+2v_1(1-v)}{4-vv_1}\;\Delta_2\right\} =$$

$$= \frac{6\,EI_h}{l^3}\;\frac{(18\,t^2+18t+2)\,\Delta_1 - 3(1+3t)\,\Delta_2}{(2+3t)(4+3t)-1}$$

$$T_{B2} = T'_{B2} + T''_{B2} = \frac{3v_2(2-v)}{4-vv_1}\;\frac{6\,EI_h}{l^3}\;\Delta_1 - \frac{8-2vv_1-6v_2}{4-vv_1}\;\frac{6\,EI_h}{l^3}\;\Delta_2 = \frac{6\,EI_h}{l^3}\;\frac{3\,(1+3\,t)\,\Delta_1 - (18\,t^2+27\,t+8)\,\Delta_2}{(2+3t)\,(4+3t)-1}$$

$$T_{C1} = T_{C2} = -\;(T'_{B2} + T''_{B2}) = \frac{6\,EI_h}{l^3}\;\frac{-3\,(1+3t)\,\Delta_1 + (18t^2+27t+8)\,\Delta_2}{(2+3t)\,(4+3t)-1}$$

4.1 — ACTUAÇÃO DE CARGAS CONCENTRADAS NOS NÓS

O sistema de equações que traduz o equilíbrio dos nós e C é obtido igualando $(T_{B1} + T_{B2})$ e $(T_{C1} + T_{C2}) = 2\ T_{C1}$ à força $\frac{F}{2}$. Teremos

$$\begin{cases} \left[\dfrac{(18t^2 + 18t + 2)\,\Delta_1 - 3(1+3t)\,\Delta_2}{(2+3t)(4+3t)1} + \dfrac{3(1+3t)\,\Delta_1 - (18t^2 + 27t + 18)\,\Delta_2}{(2+3t)(4+3t) - 1} \right] = \dfrac{Fl^3}{12\ EI_h} \\ \dfrac{3(1+3t)\,\Delta_1 - 18t^2 + 27t + 8)\,\Delta_2}{(2+3t)(4+3t) - 1} = -\ \dfrac{Fl^3}{24\ EI_h} \end{cases}$$

donde deduzimos

$$\begin{cases} (18t^2 + 18t + 2\,\Delta_1 - 3(1+3t)\,\Delta_2 = \dfrac{Fl^3}{8\ EI_h} \left[(2+3t)(4+3t) - 1 \right] \\ -3(1+3t)\,\Delta_1 + (18t^2 + 27t + 8)\,\Delta_2 = \dfrac{Fl^3}{24\ EI_h} \left[(2+3t)(4+3t) - 1 \right] \end{cases}$$

$$\Delta_1 = \frac{9(6t^2 + 10t + 3)}{18t^2 + 45t + 11}\ \Delta_2$$

$$\Delta_1 = \frac{3}{8}\ \frac{Fl^3}{EI_h}\ \frac{(9t^2 + 18t + 7)(6t^2 + 10t + 3)}{6(6t^2 + 10t + 3)(9t^2 + 9t + 1) - (1+3t)(18t^2 + 45t + 11)} = \frac{3}{8}\ \frac{Fl^3}{EI_h}\ \frac{6t^2 + 10t + 3}{36t^2 + 18t + 1}$$

$$\Delta_2 = \frac{Fl^3}{24\ EI_h}\ \frac{(9t^2 + 18t + 7)(6t^2 + 10t + 3)}{6(6t^2 + 10t + 3)(9t^2 + 9t + 1) - (1+3t)(18t^2 + 45t + 11)} = \frac{Fl^3}{24\ EI_h}\ \frac{18t^2 + 45t + 11}{36t^2 + 18t + 1}$$

Virá finalmente, com os sinais da convenção da fig. 1

$$M_{AB} = -\ M_{AA'} = +\ \frac{u(2 - v_1)\,\Delta_1 - v_1(1 - v)\,\Delta_2}{4 - vv_1}\ \frac{12\ EI_h}{l^2} = +\ \frac{3}{2}\ Fl\ \frac{t(9t + 5)}{36t^2 + 18t + 1}$$

$$M_{BA} = -\ \frac{2(2 - v)(1 - v_1)\,\Delta_1 - v_1(4 - v)\,\Delta_2}{4 - vv_1}\ \frac{6\ EI_h}{l^2} = -\ \frac{3}{4}\ Fl\ \frac{18t^2 + 8t + 1}{36t^2 + 18t + 1}$$

$$M_{BC} = +\ \frac{(4 - vv_1 - 4v_2)\,\Delta_2 - 2v_2(2 - v)\,\Delta_1}{4 - vv_1}\ \frac{6\ EI_h}{l^2} = +\ \frac{3}{4}\ Fl\ \frac{6t^2 - t - 1}{36t^2 + 18t + 1}$$

$$M_{BB'} = +\ \frac{u_1(2 - v)\,\Delta_1 + 2u_1\,\Delta_2}{4 - vv_1}\ \frac{12\ EI_h}{l^2} = +\ \frac{3}{4}\ Fl\ \frac{t(24t + 7)}{36t^2 + 18t + 1}$$

$$M_{CB} = -\ \frac{(4 - vv_1 - 2v_2)\,\Delta_2 - v_2(2 - v)\,\Delta_1}{4 - vv_1}\ \frac{12\ EI_h}{l^2} = -\ \frac{Fl}{4}\ \frac{18t^2 + 21t + 4}{36t^2 + 18t + 1}$$

$$M_{CC'} = 0$$

4.2 — ACTUAÇÃO DE CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS NAS BARRAS HORIZONTAIS

As equações de equilíbrio serão, agora

$$\begin{cases} \dfrac{(18t^2+18t+2)\,\Delta_1 - 3\,(1+3t)\,\Delta_2}{(2+3t)\,(4+3t)-1} + \dfrac{3\,(1+3t)\,\Delta_1 - (18t^2+27t+8)\,\Delta_2}{(2+3t)\,(4+3t)-1} = \dfrac{gl^4}{24\,EI_h}\;\dfrac{36t^2+75t+32}{9t^2+18t+7} \\[2ex] \dfrac{-3\,(1+3t)\,\Delta_1 + (18t^2+27t+8)\,\Delta_2}{(2+3t)\,(4+3t)-1} = \dfrac{gl^4}{24\,EI_h}\;\dfrac{18t^2+36t+13}{9t^2+18t+7} \end{cases}$$

ou seja

$$\begin{cases} (18t^2+18t+2)\,\Delta_1 - 3\,(1+3t)\,\Delta_2 = \dfrac{(18t^2+37t+15)}{8\,EI_h}\;gl^4 \\[2ex] -3\,(1+3t)\,\Delta_1 + (18t^2+27t+8)\,\Delta_2 = \dfrac{18t^2+36t+13}{24\,EI_h}\;gl^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta_1 = \dfrac{gl^4}{8\,EI_h}\;\dfrac{36t^2+62t+19}{36t^2+18t+1} \\[2ex] \Delta_2 = \dfrac{gl^4}{24\,EI_h}\;\dfrac{36t^2+90t+23}{36t^2+18t+1} \end{cases}$$

Virá portanto

$$M_{AB} = M_{AA'} = \frac{4u}{4-vv_1}\,\frac{gl^2}{12} + \frac{2u}{4-vv_1}\,(2-v_1)\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_1 - \frac{2v_1\,(1-v)}{4-vv_1}\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_2 = 2gl^2\,\frac{15t^2+8t}{36t^2+18t+1}$$

$$M_{BA} = 1 + \frac{2v\,(1-v_1)}{4-vv_1}\,\frac{gl^2}{12} - \frac{2\,(2-v)(1-v_1)}{4-vv_1}\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_1 + \frac{v_1(4-v)}{4-vv_1}\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_2 =$$

$$= -\frac{1}{2}\,gl^2\,\frac{48t^2+22t+3}{36t^2+18t+1}$$

$$M_{BC} = \left(1 + \frac{2\,vv_2}{4-vv_1}\right)\frac{gl^2}{12} - \frac{2\,v_2}{4-vv_1}\,(2-v)\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_1 + \left(1 - \frac{4v_2}{4-vv_1}\right)\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_2 = \frac{3}{2}\,gl^2\,\frac{8t^2-1}{36t^2+18t+1}$$

$$M_{BB'} = \frac{2u_1\,v}{4-vv_1}\,\frac{gl^2}{12} - \frac{2u_1\,(2-v)}{4-vv_1}\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_1 - \frac{4u_1}{4-vv_1}\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_2 = gl^2\,\frac{36t^2+11t}{36t^2+18t+1}$$

$$M_{CB} = -\left(1 - \frac{vv_2}{4-vv_1}\right)\frac{gl^2}{12} - v_2\,\frac{2-v}{4-vv_1}\,\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_1 + \left(1 - \frac{2v_2}{4-vv_1}\right)\frac{6\,EI_h}{l^2}\,\Delta_2 = -\frac{gl^2}{12}\,\frac{6t^2+9t+2}{36t^2+18t+1}$$

5 — VIGA DE CINCO PAINÉIS

As transmissões correspondentes à actuação das cargas uniformemente distribuídas e às deslocações dos nós são as indicadas nas figs. 8, 9 e 10.

Como anteriormente, teremos na 1.ª hipótese de solicitação $M = \frac{gl^2}{12}$ e na 2.ª e 3.ª hipóteses, respectivamente, $M = \frac{6EI_h}{l^2}\Delta_1$ e $\frac{6EI_h}{l^2}\Delta_2$. Os valores dos coeficientes de transmissão serão agora

$$u = \frac{3t}{2+3t} \qquad v = \frac{2}{2+3t}$$

$$v_1 = v_2 = \frac{2}{4+3t} \qquad u_1 = \frac{3t}{4+3t}$$

$$v_3 = 2v_4 = \frac{2}{3(1+t)} \qquad u_2 = \frac{t}{1+t}$$

Na 1.ª hipótese de solicitação os esforços transversos em B e em C serão, respectivamente

$$T_{B1} = \frac{gl}{2} + \frac{gl}{24}\left[(2+v) - \frac{vv_1(4-v)}{4-(vv_1+v_2v_3)}\right] - \frac{gl}{12}\,\frac{u(4-v_2v_3}{4-(vv_1+v_2v_3)} = \frac{48-18vv_1-12v_2v_3+12v-3vv_2v_3}{4-(vv_1+v_2v_3}\,\frac{gl}{24}$$

$$T_{B2} = \frac{gl}{2} + \frac{gl}{24}\left[2 + \frac{vv_2(4-v_3)}{4-(vv_1+v_2v_3)}\right] - \frac{gl}{12}\,\frac{4-v(v_1+v_2)-uv_2v_3}{4-(vv_1+v_2v_3)} = \frac{48-12vv_1-12v_2v_3+6vv_2-3vv_2v_3}{4-(vv_1+v_2v_3)}\,\frac{gl}{24}$$

$$T_{C1} = \left[10 - \frac{vv_2(4-v_3)-9+2v(v_1+v_2)+2u\,v_2v_3}{4-(vv_1+v_2v_3)}\right]\frac{gl}{24} = \frac{48-12vv_1-12v_2v_3-6vv_2+3vv_2v_3}{4-(vv_1+v_2v_3)}\,\frac{gl}{24}$$

$$T_{C2} = \frac{gl}{2}$$

Todos os esforços anteriores são dirigidos para cima, conforme indicado na fig. 8.

Na 2.ª hipótese (deslocamento vertical do nó B)

$$T'_{B1} = -\frac{3EI_h}{l^3}\left[(4-3v) - \frac{3(2-v)^2v_1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\right]\Delta_1$$

$$T'_{B2} = -\frac{9EI_h}{l^3}\,\frac{(2-v_3)(2-v)v_2}{4-(vv_1+v_2v_3)}\,\Delta_1$$

$$T'_{C1} = +\frac{9EI_h}{l^3}\,\frac{(2-v_3)(2-v)v_2}{4-(vv_1+v_2v_3)}\,\Delta_1$$

$$T'_{C2} = 0$$

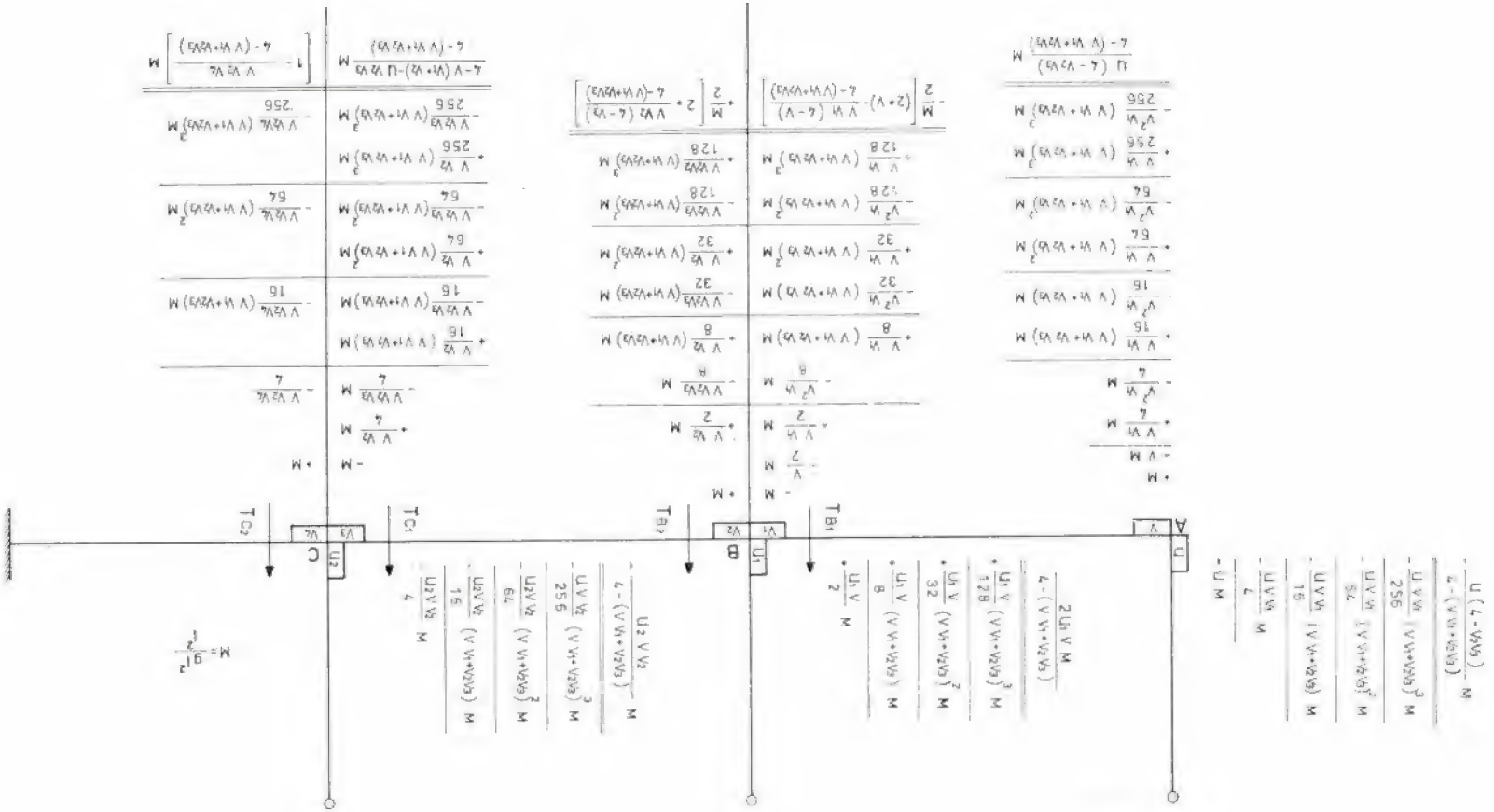


Fig. 8

Transmissão dos momentos na viga de cinco painéis solicitada por cargas uniformemente distribuídas, e nós B, C e D apoiados

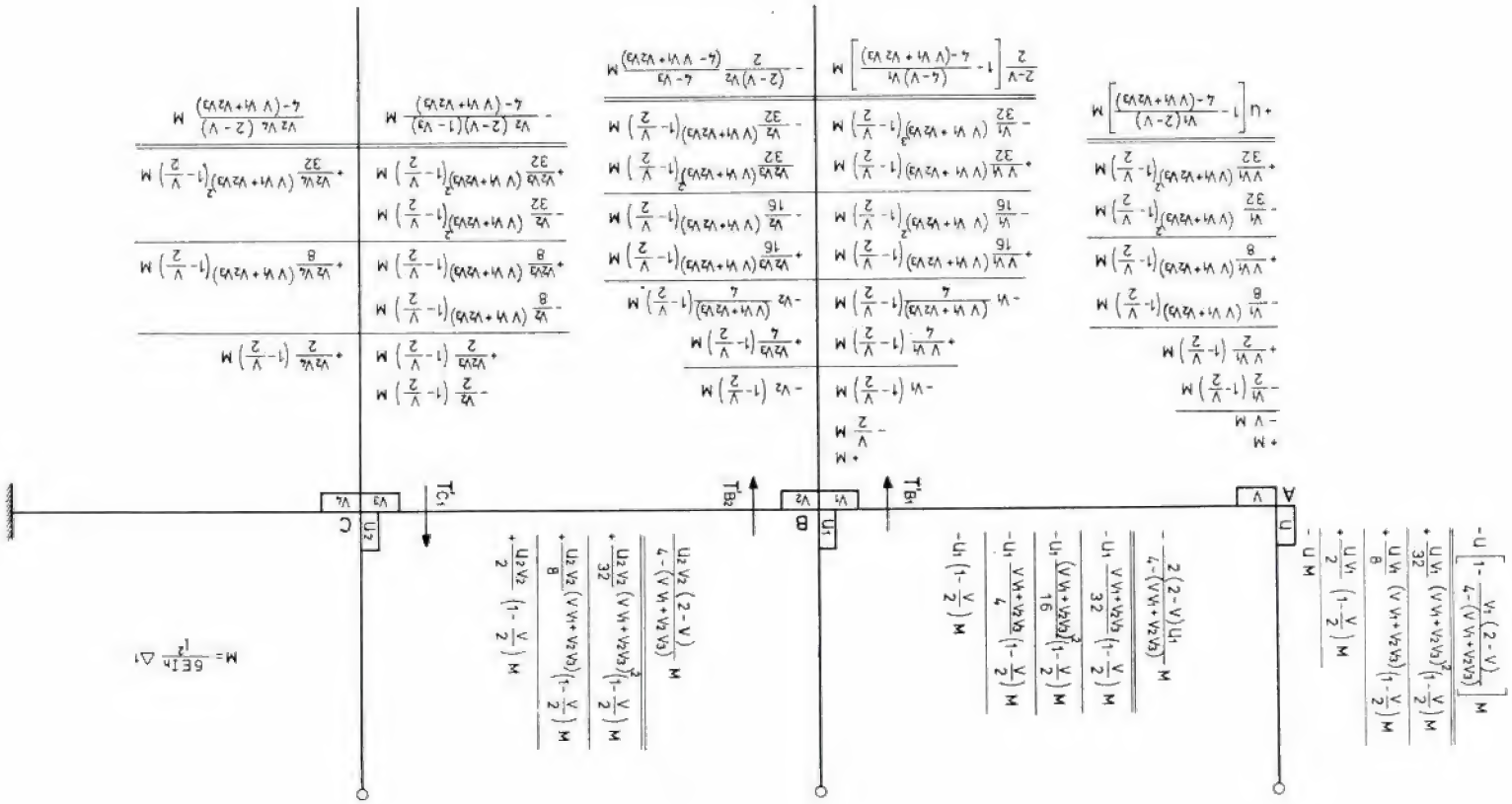


Fig. 9

Transmissão de momentos da viga de 5 painéis solicitada por deslocação dos nós B e D

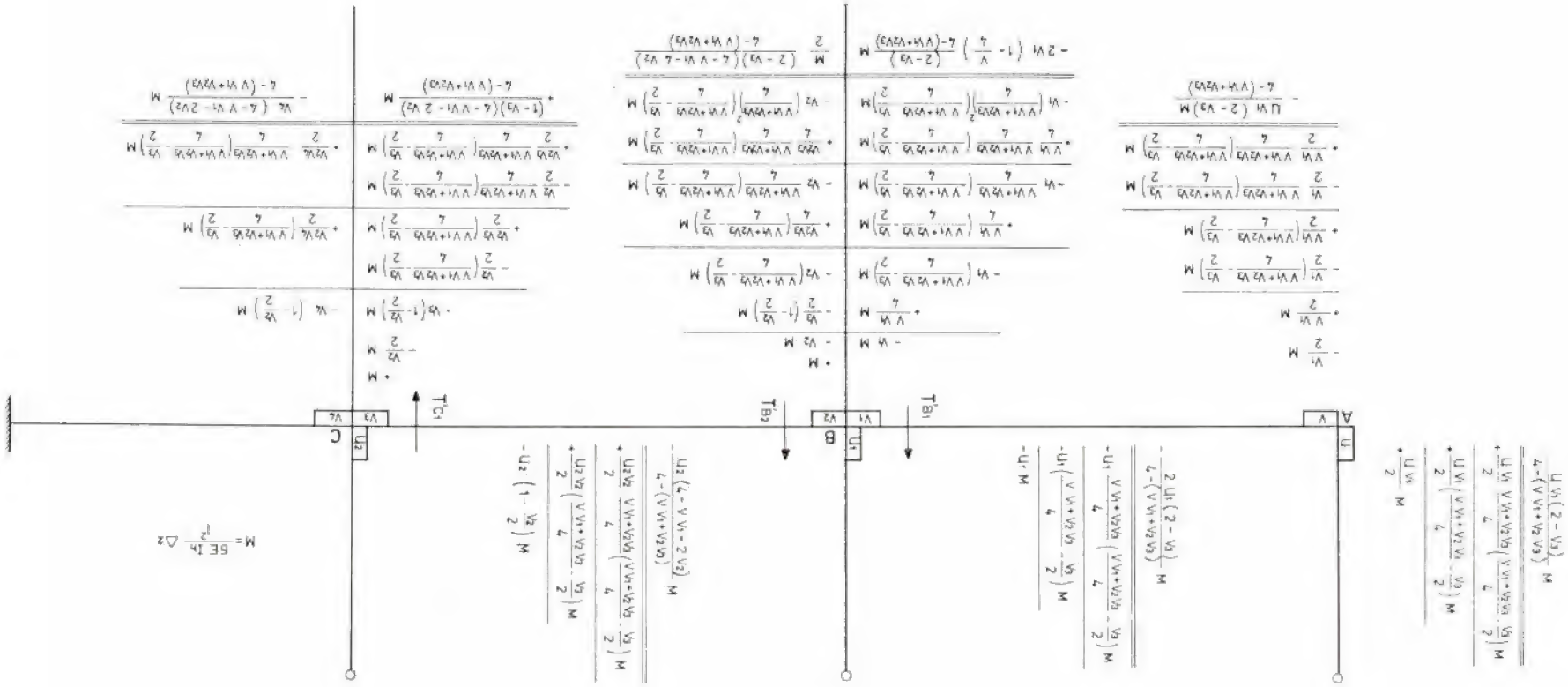


Fig. 10

Transmissão de momentos da viga de 5 painéis solicitada por deslocamento do nó C

tendo estes esforços o sentido indicado na fig. 9.

Na 3.ª hipótese (deslocamento vertical do nó C)

$$T''_{C_1} = \frac{9\,EI_h}{l^3}\,\frac{(2-v_3)\,v_1}{4-(vv_1+v_2\,x_3)}\,(2-v)\,\Delta_2$$

$$T''_{B_2} = -\frac{3\,EI_h}{l^3}\,\frac{[(4-vv_1-2v_2)(4-3v_3)-2v_2\,(2-v_3)}{4-(vv_1+v_2\,v_3)}\,\Delta_2$$

$$T''_{C_1} = -\frac{3\,EI_h}{l^3}\,\frac{[(4-vv_1-2v_2)(4-3v_3)-2v_2\,(2-v_3)}{4-(vv_1+v_2\,v_3)}\,\Delta_2$$

$$T''_{C_2} = 0$$

5.1 — ACTUAÇÃO DE CARGAS CONCENTRADAS NOS NOS

Estabelecemos as duas condições seguintes:

$$\begin{cases} T_{B_1} + T_{B_2} = \dfrac{F}{2} \\ T_C = T_{C_1} + T_{C_2} = \dfrac{F}{2} \end{cases} \qquad \text{em que}$$

$$T_{B_1} + T_{B_2} = T'_{B_1} + T'_{B_2} + T''_{B_1} + T''_{B_2}$$

$$T'_{B_1} + T'_{B_2} = -\frac{3\,E\,I_h}{l^3}\left\{(4-3v) + \frac{3(2-v)\,[v_1(2-v)+v_2(2-v_3)]}{4-(v\,v_1+v_2\,v_3)}\right\}\Delta_1$$

$$= -\frac{6\,E\,I_h}{(2+3\,t)\,l^3}\left\{(1+6\,t) + \frac{3\,(1+3\,t)}{27\,t^3+81\,t^2+72\,t+19}\right\}\Delta_1$$

$$= -\frac{6\,E\,I}{l^3}\;\frac{54\,t^3+135\,t^2+81\,t+11}{27\,t^3+81\,t^2+72\,t+29}\,\Delta_1$$

$$T''_{B_1} + T''_{B_2} = \frac{3\,E\,I_h}{l^3}\;\frac{(2-v_3)(6v_1-3vv_1-2v_2)+(4-3v_3)(4-vv_1-2v_2)}{4-(v\,v_1+v_2\,v_3)}\,\Delta_2$$

$$= \frac{6\,E\,I_h}{l^3}\;\frac{54\,t^3+135\,t^2+90\,t+17}{27\,t^3+81\,t^2+72\,t+29}\,\Delta_2$$

$$T'_{C_1} + T''_{C_1} = \frac{6\,E\,I_h}{l^3}\;\frac{3\,(2+3\,t)\,(1+3\,t)\,\Delta_1 - (54\,t^3+108\,t^2+(33\,t+11)\,\Delta_2}{27\,t^3+81\,t^2+72\,t+19}$$

Teremos portanto o sistema de equações

$$\begin{cases} (54\,t^3+135\,t^2+81\,t+11)\,\Delta_1 - (54\,t^3+135\,t^2+90\,t+17)\,\Delta_2 = \dfrac{Fl^3}{12}\;(27\,t^3+81)t^2+72\,t+19)- \\ -(27\,t^2+27\,t+6)\,\Delta_1 + (54\,t^3+108\,t^2+63\,t^2+11)\Delta_2 = \dfrac{Fl^3}{12}\,(27\,t^3+81\,t^2+72\,t+19) \end{cases}$$

$$\Delta_1 \frac{108\,t^3+243\,t^2+153\,t+28}{54\,t^3+162\,t^2+108\,t+17}\,\Delta_2$$

$$\Delta_1 = \frac{(27\,t^3+81\,t^2+72\,t+19)\,(108\,t^3+243\,t^2+153+28)}{(54\,t^3+108\,t^2+63\,t+11)(54\,t^3+162\,t^2+108\,t+15)-(108\,t^3+243\,t^2+153\,t+28)\,(27\,t^2+27\,t+6)} =$$

$$= \frac{108\,t^3+243\,t^2+153\,t+28}{108\,t^3+108\,t^2+27\,t+1}\;\frac{Fl^3}{12\,E2_h}$$

$$\Delta_2 = \frac{(27\,t^3+81\,t^2+72\,t+19)\,(54\,t^3+162\,t^2+108\,t+17)}{(54\,t^3+135\,t^2+81\,t+11)(108\,t^3+243\,t^2+153\,t+28)-(54\,t^3+135\,t^2+90\,t+17)\,(54\,t^3+162\,t^2+108\,t+17)}$$

$$= \frac{54\,t^3+162\,t^2+108\,t+17}{108\,t^3+108\,t^2+27\,t+1}\;\frac{Fl^3}{12\,EI_h}$$

Daqui se tirar, com a convenção de sinais da fig. 1,

$$M_{AB} = M_{AA'} = \frac{u}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left\{[4-v_2v_3-2v_1]\,1_1 - v_1(2-\Delta_1)\,\Delta_2\right\}\frac{6\,EI_h}{l^2} = \frac{Fl}{2}\;\frac{36t^2+39t+10}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{BA} = -\frac{1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left\{(2-v)(4-v_2v_3-4v_1)\,\Delta_1 - v_1(4-v)(2-v_3)\,\Delta_2\right\}\frac{3\,EI_h}{l^2} =$$

$$= -\frac{Fl}{2}\;\frac{108t^3+99t^2+24t+2}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{BB'} = \frac{2\,u_1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left\{(2-v_1)\,\Delta_1 + (2-v_3)\,\Delta_2\right\}\frac{6\,EI_h}{l^2} = \frac{3}{2}\,Fl\;\frac{54t^3+45t^2+8t}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{BC} = \frac{1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left[-v_2(2-v)(4-v_3)\Delta_1 + (2-v_3)(4-vv_1-4x_2)\right]\frac{3\,EI_h}{l^2} = \frac{Fl}{2}\;\frac{54t^3+36t^2-2}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{CB} = -\frac{1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left[-v_2(2-v)(1-v_3)\Delta_1 + (1-v_3)(4-vv_1-2vv)\Delta_2\right]\frac{6\,EI_h}{l^2} =$$

$$= -\frac{1}{2}\;\frac{54t^3+72t^2+27t+3}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{CD} = \frac{v_4}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left[v_2(2-v)\Delta_1 - (4-vv_1-2v_2)\Delta_2\right]\frac{6\,EI_h}{l^2} = -\frac{Fl}{2}\;\frac{18t^2+18t+3}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{CC'} = \frac{u_2}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left[v_2(2-v)\,\Delta_1 - (4-vv_1-2v_2)\,\Delta_2\right]\frac{6\,EI_h}{l^2} = \frac{3\,Fl}{2}\;\frac{18t^3+18t^2+3t}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

5.2 — ACTUAÇÃO DE CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS NAS BARRAS HORIZONTAIS

Analogamente ao anteriormente exposto, as equações de equilíbrio não obtidas a partir das duas condições

$$\begin{cases} \left(T_{B_1}+T_{B_2}\right)+\left(T'_{B_1}+T'_{B_2}\right)+\left(T''_{B_1}+T''_{B_2}\right)=0 \\ \left(T_{C_1}+T_{C_2}\right)+\left(T'_{C_1}+T'_{C_2}\right)+\left(T''_{C_1}+T''_{C_2}\right)=0 \end{cases}$$

em que as expressões dentro dos 2.os e 3.os parêntesis de cada uma das equações tem os valores indicados em 5.1. Vem para os primeiros, respectivamente

$$T_{B_1} + T_{B_2} = \left[\frac{16 - 5vv_1 - v_2 v_3 (4 + v) + v(2 + v_2)}{4 - (vv_1 + v_2 v_3)} \right] \frac{gl}{4} = \frac{3(t+1)(36t^2 + 75t + 32) - 2(5 + 6t)}{27t^3 + 81t^2 + 72t + 19} \frac{gl}{4}$$

e para os segundos

$$T_{C_1} + T_{C_2} = \frac{32 - 2v(4v_1 + v_2) - v_2 v_3 (8 - v)}{4 - (vv_1 + v_2 v_3)} \frac{gl}{8} = \frac{108t^3 + 324t^2 + 285t + 74}{27t^3 + 81t^2 + 72t + 19} \frac{gl}{4}$$

Teremos, pois, o sistema de equações

$$\begin{cases} (54t^3 + 135t^2 + 81t + 11)\,\Delta_1 - (54t^3 + 135t^2 + 90t + 17)\,\Delta_2 = + \dfrac{gl^4}{24\,EI_h} \left[108t^3 + 333t^2 + 309t + 86 \right] \\ -(27t^2 + 27t + 6)\,\Delta_1 + (54t^3 + 108t^2 + 63t + 11)\,\Delta_2 = \dfrac{gl^4}{24\,EI_h} \left[108t^3 + 324t^2 + 285t + 74 \right] \end{cases}$$

que permite determinar

$$\Delta_1 = \frac{1164\,t^5 + 38394\,t^4 + 46332\,t^3 + 26082\,t^2 + 6912\,t + 696}{(27\,t^2 + 27\,t + 6)(108\,t^3 + 108\,t^2 + 27\,t + 1)} \frac{gl^4}{24\,EI_h} = \frac{432\,t^3 + 990\,t^2 + 630\,t + 116}{108\,t^3 + 108\,t^2 + 27\,t + 1} \frac{gl^4}{24\,EI_h}$$

$$\Delta_2 = \frac{5832\,t^6 + 34992\,t^5 + 79785\,t^4 + 87885\,t^3 + 49302\,t^2 + 13303\,t + 133}{2916\,t^6 + 11664\,t^5 + 17253\,t^4 + 12042\,t^3 + 4017\,t^2 + 585\,t + 19} \frac{gl^4}{24\,EI_h} = \frac{216\,t^3 + 648\,t^2 + 435\,t + 70}{108\,t^3 + 108\,t^2 + 27\,t + 1} \frac{gl^4}{24\,EI_h}$$

Teremos portanto, de acordo com a convenção de sinais da fig. 1, os seguintes valores:

$$M_{AB} = M_{AA'} = \frac{u}{4 - (v\,v_1 + v_2\,v_3)} \left\{ (4 - v_2\,v_3) \frac{gl^2}{12} + \left[(4 - v_2\,v_3 - 2\,v_1)\,\Delta_1 - v_1\,(2 - v_3)\,\Delta_2 \right] \frac{6\,EI_h}{l^2} \right\} =$$

$$= \frac{gl^2}{4} \frac{468\,t^3 + 498\,t^2 + 125\,t}{108\,t^3 + 108\,t^2 + 27\,t + 1}$$

$$M_{BA} = -\frac{1}{4 - (v\,v_1 + v_2\,v_3)} \left\{ \left[v\,v_1 (4 - v) - (2 + v)(4 - v\,v_1 - v_2\,v_3) \right] \frac{gl^2}{24} + \right.$$

$$\left. + \left[(2 - v)(4 - v_2\,v_3 - 4\,v_1)\,\Delta_1 - v_1 (4 - v)(2 - v_3)\,\Delta_2 \right] \frac{3\,EI_h}{l^2} \right\} = \frac{gl}{4} \frac{396t^3 + 366t^2 + 91t + 8}{108t^3 + 108t^2 + 27t + 1}$$

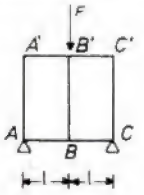
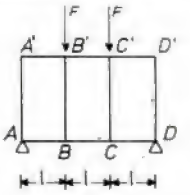
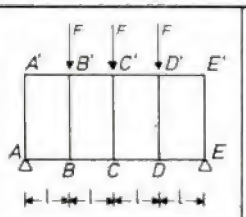
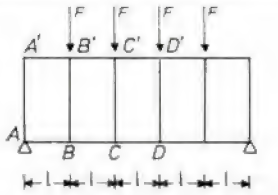
Tipo da viga e de carga				
$M_{AA'} =$	$-\frac{3}{4} Fl \left(\frac{t}{6t+1}\right)$	$\frac{1}{2} Fl \left(\frac{9t^2+6t}{18t^2+12t+1}\right)$	$\frac{3}{2} Fl \left(\frac{9t^2+5t}{36t^2+18t+1}\right)$	$\frac{1}{2} Fl \left(\frac{36t^2+39t+10}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{AB} =$	$\frac{3}{4} Fl \left(\frac{t}{6t+1}\right)$	$\frac{1}{2} Fl \left(\frac{9t^2+6t}{18t^2+12t+1}\right)$	$\frac{3}{2} Fl \left(\frac{9t^2+5t}{36t^2+18t+1}\right)$	$\frac{1}{2} Fl \left(\frac{36t^2+39t+10}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{BA} =$	$-\frac{1}{4} Fl \left(\frac{3t+1}{6t+1}\right)$	$-\frac{1}{2} Fl \left[\frac{(1+3t)^2}{18t^2+12t+1}\right]$	$-\frac{3}{4} Fl \left(\frac{18t^2+8t+1}{36t^2+18t+1}\right)$	$-\frac{1}{2} Fl \left(\frac{108t^3+99t^2+24t+2}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{BB'} =$	o	$\frac{1}{2} Fl \left[\frac{3t(1+3t)}{18t^2+12t+1}\right]$	$\frac{3}{4} Fl \left(\frac{24t^2+7t}{36t^2+18t+1}\right)$	$\frac{3}{2} Fl \left(\frac{54t^3+45t^2+8t}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{BC} =$	$= M_{BA} = -M_{B'C'} = -M_{B'A'}$	$-\frac{1}{2} Fl \left(\frac{1+3t}{18t^2+12t+1}\right)$	$\frac{3}{4} Fl \left(\frac{6t^2-t-1}{36t^2+18t+1}\right)$	$\frac{1}{2} Fl \left(\frac{54t^3+36t^2-2}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{CB} =$	$= M_{AB} = M_{CC'} = M_{AA'}$	$= M_{BC} = -M_{CB'} = -M_{B'C'}$	$-\frac{1}{4} Fl \left(\frac{18t^2+21t+4}{36t^2+18t+1}\right)$	$-\frac{1}{2} Fl \left(\frac{54t^3+72t^2+27t+3}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{CC'} =$	—	$= M_{BB'} = -M_{C'C} = -M_{B'B}$	o	$\frac{3}{2} Fl \left(\frac{18t^3+18t^2+3t}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{CD} =$	—	$= M_{BA} = -M_{B'A'} = -M_{C'D'}$	$= M_{CB} = -M_{C'B'} = -M_{C'D'}$	$-\frac{1}{2} Fl \left(\frac{18t^2+18t+3}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
Flechas	$f_B = \frac{2+3t}{1+6t} \frac{Fl^3}{24 E I_h}$	$f_B = \frac{9t^2+15t+5}{18t^2+12t+1} \frac{Fl^3}{12 E I_h}$	$f_B = \frac{6t^2+10t+3}{36t^2+18t+1} \frac{3Fl^3}{8 E I_h}$	$f_B = \frac{108t^3+243t^2+153t+28}{108t^3+108t^2+27t+1} \frac{Fl^3}{12 E I_h}$
	—	—	$f_C = \frac{18t^2+45t+11}{36t^2+18t+1} \frac{Fl^3}{24 E I_h}$	$f_C = \frac{54t^3+162t^2+108t+17}{108t^3+108t^2+27t+1} \frac{Fl^3}{12 E I_h}$

Fig. 11

Actuação de cargas concentradas F nos nós

$$M_{BB'} = \frac{2\,u_1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left\{v\,\frac{gl^2}{12} - \left[(2-v)\Delta_1 + (2-v_3)\Delta_2\right]\frac{6\,EI_h}{l^2}\right\} = -\frac{3}{4}\,gl^2\,\frac{216t^3+182t^2+33t}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{BC} = \frac{1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left\{\left[8-2(vv_1+v_2v_3)+vv_2(4-v_3\right]\frac{gl^2}{24} - \left[v_2(2-v)(4-v_3)\Delta_1 - (2-v_3)(4-vv_1-4v_2)\Delta_2\right]\frac{3EI_h}{l^2}\right\} =$$

$$= -\frac{gl^2}{4}\,\frac{252t^3+180t^2+8t-8}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{CB} = \frac{1}{4-(vv_1+v_2v_3)}\left\{\left[4-v(v_1+v_2)-u\,v_2v_3\right]\frac{gl^2}{12} + \left[v_2(2-v)(1-v_3)\Delta_1 - (1-v_3)(4-vv_1-\right.\right.$$

$$\left.-2\,v_2)\Delta_2\right]\frac{6EI_h}{l^2} = -\frac{gl^2}{4}\,\frac{180t^3+252t^2+100t+12}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

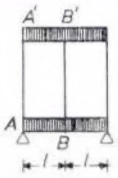
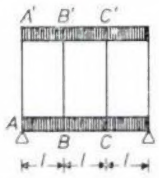
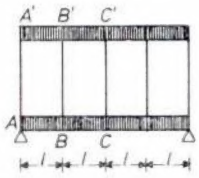
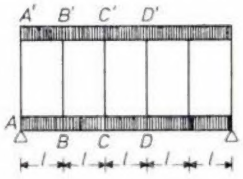
Tipo da viga e de carga				
$M_{AA'} =$	$2\,gl^2\left(\frac{t}{6t+1}\right)$	$\frac{1}{4}\,gl^2\left[\frac{t(36t+13)}{18t^2+12t+1}\right]$	$2\,gl^2\left(\frac{15t^2+8t}{36t^2+18t+1}\right)$	$\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{468t^3+498t^2+125t}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{AB} =$	$2\,gl^2\left(\frac{t}{6t+1}\right)$	$\frac{1}{4}\,gl^2\left[\frac{t(36t+13)}{18t^2+12t+1}\right]$	$2\,gl^2\left(\frac{15t^2+8t}{36t^2+18t+1}\right)$	$\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{468t^3+498t^2+125t}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{BA} =$	$\frac{1}{2}\,gl^2\left(\frac{2t+1}{6t+1}\right)$	$\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{30t^2+21t+4}{18t^2+12t+1}\right)$	$-\frac{1}{2}\,gl^2\left(\frac{48t^2+22t+3}{36t^2+18t+1}\right)$	$-\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{396t^3+366t^2+91t+8}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{BB'} =$	0	$-\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{36t^2+13t}{18t^2+12t+1}\right)$	$gl^2\left(\frac{36t^2+11t}{36t^2+18t+1}\right)$	$\frac{3}{4}\,gl^2\left(\frac{216t^3+182t^2+33t}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{BC} =$	$= M_{BA} = -M_{B'C'} = -M_{B'A'}$	$\frac{1}{2}\,gl^2\left(\frac{-3t^2+4t+1}{18t^2+12t+1}\right)$	$\frac{3}{2}\,gl^2\left(\frac{8t^2-1}{36t^2+18t+1}\right)$	$-\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{252t^3+180t^2+8t-8}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{CB} =$	$= M_{AB} = M_{CC'} = M_{AA'}$	$= M_{BC} = -M_{C'B'} = -M_{B'C'}$	$gl^2\left(\frac{6t^2+9t+2}{36t^2+18t+1}\right)$	$-\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{108t^3+252t^2+100t+12}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{CC'} =$	—	$= M_{BB'} = -M_{C'C} = -M_{B'B}$	0	$\frac{1}{4}\,gl^2\left(\frac{216t^3+216t^2+37t}{108t^3+108t^2+27t+1}\right)$
$M_{CD} =$	—	$= M_{BA} = -M_{B'A'} = -M_{C'D'}$	$= M_{CB} = -M_{C'B'} = -M_{C'D'}$	$-\frac{1}{4}\,gl^2\,\frac{-36t^3+36t^2+63t+12}{108t^3+108t^2+27t+1}$
Flechas	$f_B = \frac{5+6t}{1+6t}\,\frac{gl^4}{24\,EI_h}$	$f_B = \frac{36t^2+63t+22}{18t^2+12t+1}\,\frac{gl^4}{24EI_h}$	$f_B = \frac{36t^2+62t+19}{36t^2+18t+1}\,\frac{gl^4}{24\,EI_h}$	$f_B = \frac{432t^3+990t^2+630t+116}{108t^3+108t^2+27t+1}\,\frac{gl^4}{24\,EI_h}$
	—	—	$f_C = \frac{36t^2+90t+23}{36t^2+18t+1}\,\frac{gl^4}{24\,EI_h}$	$f_C = \frac{216t^3+648t^2+435t+70}{108t^3+108t^2+27t+1}\,\frac{gl^4}{24\,EI_h}$

Fig. 12

Actuação de cargas uniformemente distribuídas g

$$M_{CD} = \frac{1}{4-(vv_1+v_2v_3}\left\{\left[4-(vv_1+v_3v_2)-vv_2v_4\right]\frac{gl^2}{12}+\left[v_2v_4(2-v)\Delta_1-v_4(4-vv_1-2v_2)\Delta_2\right]\frac{6\,EI_h}{l^2}\right. =$$

$$= -\frac{gl^2}{4}\,\frac{-36t^3+36t^2+63t+12}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

$$M_{CC'} = +\frac{1}{4-(vv_1+v_2v_3}\left\{u_2vv_2'\frac{gl^2}{12}-\left[u_2v_2(2-v)\Delta_1-u_2(4-vv_1-2v_2)\Delta_2\right]\frac{6\,EI_h}{l^2}\right\} =$$

$$= +\frac{gl^2}{4}\,\frac{216t^3+216t^2+37}{108t^3+108t^2+27t+1}$$

5 — CONCLUSÃO

Os resultados dos cálculos que se apresentam estão condensados nas figuras 11 e 12, que substituem os quadros apresentados na «Técnica» n.º 222, Maio/1952, pág. 498. O exemplo referido em 1 mostra como se utilizam aqueles resultados.

NÚMERO 447 FEVEREIRO DE 1978 ANO LIII VOLUME XXXIX

C. D. U. 691.223:625.8(661)

Les chaussées en sables gypseux du Sahara

JOSÉ CARLOS DE O. S. HORTA
Geólogo

RESUMO

Em clima árido, para valores de precipitação inferiores a 100 mm por ano, o gesso pode ser utilizado como material de pavimentação. Algumas regiões do Sahara setentrional estão, de resto, desprovidas de qualquer outro material para construção de estradas. As areias gipsosas não são extraídas de depósitos sedimentares, mas de formações pedológicas ou hidrológicas, as crostas gipsosas, verdadeiros grès com cimento gipsoso, que se formam por evaporação da franja capilar de toalhas freáticas selenitosas.

As areias gipsosas extraídas destas crostas podem ser utilizadas em bases de estradas se apresentarem um teor em sulfatos superior a 70% na fracção que passa pelo peneiro de 1 mm. As camadas em areia gipsosa adquirem uma rigidez tanto maior quanto os finos gipsosos se encontrarem mais divididos. Com efeito, uma superfície específica mais elevada favorecerá uma maior dissolução dos finos gipsosos na água de compactação e uma resistência melhor da camada por cristalização do gesso ao secar.

Pavimentos em areia gipsosa estão em serviço no Sahara há dez a vinte anos e comportam-se bem sempre que estejam ao abrigo da humidade. Na travessia das depressões húmidas, convém sobrelevá-los para evitar deteriorações (descaios com fendilhamento) devidas à perda de coesão por dissolução do gesso. Quando a água penetra e circula no pavimento, outro tipo de deterioração pode aparecer: inchaços causados pela dissolução do gesso a certos níveis seguida de cristalização a outros níveis com empolamento da camada.

Para evitar outros tipos de deteriorações como a borra de café e os cogumelos ou empolas ou intumescências salinas, convém limitar a menos de 0,5% o teor em cloretos admissível nos materiais de pavimentação.

Sob a influência da temperatura e da humidade atmosféricas, os pavimentos em materiais gipsosos fendem-se. Estas fendas higroscópicas não trazem consequências negativas para o comportamento dos pavimentos. Resultam da contracção higroscópica do gesso ao desidratar-se.

ABSTRACT

Under arid climate, for a cumulated height of precipitations less than 100 mm a year, gypsum may be used as pavement material. Certain regions in northern Sahara are lacking any other pavement material. Gypsum sands are not extracted from sedimentary deposits but from pedological or hydrological formations, the gypsum crusts, veritable gypsum cemented sandstones, that are formed by evaporation of the capillary fringe of selenitous phreatic water tables.

The gypsum sands taken out from these crusts may be employed in base courses, if they present a sulphate content of more than 70% in their fraction passing through the 1 mm sieve. The gypsum sand layers gain a rigidity which is as much higher as the gypsum fines are in a greater state of division. In fact, a greater specific surface will favour a greater dissolution of the gypseous fines in compaction water and a better resistance of the layer following the cristallization of gypsum during its drying.

Pavements in gypsum sand have been serving in the Sahara for ten to twenty years. Their behaviour is satisfactory wherever they are protected from humidity. In depressions they should be raised in order to avoid some deteriorations (wanes with honeycomb cracking) due to the loss of cohesion by gypsum dissolution. When water enters and moves in the pavement another type of deterioration may appear: swellings caused by dissolution of gypsum at certain levels followed by its cristallization at other levels with loosening of the layer.

In order to avoid some other types of deteriorations such as coffee dregs and blisters, it is convenient to limit upwards the admissible chlorides content to 0,5% in pavement materials.

Under the influence of temperature and atmospheric moisture pavements constructed with gypseous materials are subject to cracking, that results from the hygroscopical shrinkage of gypsum as dehydration proceeds. The hygroscopical cracks have no negative consequences on the behaviour of the pavements.

1. LE GYPSE

Le sulfate de calcium s'hydrate et cristallise dans le système monoclinique pour former le minéral appelé gypse ($CaSO_4 . 2H_2O$). L'une des propriétés les plus caractéristiques de ce minéral est sa très faible dureté: il peut être rayé à l'ongle.

Cette particularité pourrait paraître suffisante pour interdire l'utilisation du gypse comme matériau de chaussée. En effet, l'utilisation de granulats de gypse ne pourrait conduire qu'à des échecs, mais le sulfate de calcium possède d'autres propriétés qui permettent d'en faire un matériau de construction très apprécié.

La première de ces propriétés, mise à profit dans le plâtre, est celle de l'hydratation. En présence d'eau, le sulfate de calcium anhydre ($CaSO_4$, anhydrite) ou partiellement hydraté (hémihydrate, $CaSO_4 . 0,5H_2O$) réagit avec celle-ci plus ou moins lentement et recristallise en gypse:

$$CaSO_4 + 2H_2O \rightleftharpoons CaSO_4 . 2H_2O.$$

Cette réaction peut aussi se dérouler de la droite vers la gauche: lorsque l'on chauffe du gypse, il se déshydrate et, pour des températures de cuisson pas trop élevées, on obtient la forme hydratée intermédiaire, qui constitue le plâtre, très réactif.

L'hydratation du sulfate de calcium s'accompagne d'une forte augmentation de volume de 33 à 50 %.

La résistance du plâtre ne résulte pas de celle du gypse, qui est faible, mais de l'imbrication de ses microcristaux allongés. C'est la structure particulière de cet agrégat polycristallin qui est à la base de son utilisation comme matériau de construction.

Les sables gypseux acquièrent également, après compactage, une structure particulière qui leur confère une certaine rigidité. Mais, dans le cas des sables gypseux, on met à profit une deuxième propriété du gypse, sa solubilité.

Quoique moins soluble que d'autres sels comme la halite (chlorure de sodium, NaCl), le gypse possède une solubilité assez importante dans l'eau, de l'ordre de quelques grammes par litre. Cette solubilité dépend, en fait, des quantités d'autres sels dissous, NaCl en particulier. A 20°C, elle est voisine de 2 g/l dans l'eau pure, augmente rapidement avec la quantité de NaCl dissous, passe par un maximum proche de 7 g/l dans une solution contenant environ 120 g/l de NaCl et diminue ensuite, tout en restant supérieure à 5 g/l jusqu'à des concentrations de NaCl de 300 g/l environ.

La solubilité du gypse impose des limites très strictes à l'utilisation des sables gypseux dans les chaussées. Ce matériau n'est utilisable qu'en zone désertique pour une pluviométrie annuelle inférieure à 100 mm. Sous un climat aride, la teneur en eau sous chaussée pourra être maintenue inférieure à 5% à condition qu'il n'y ait pas de nappe phréatique.

Les conditions favorables à la construction de chaussées en sables gypseux, climat aride et abondance des gisements, sont réunies au Sahara septentrional en Algérie (régions de Biskra, El Oued, Touggourt et Ouargla) et dans le Sud-Tunisien.

2. LES ENCROUTEMENTS GYPSEUX

Dans la nature, le gypse se dépose par évaporation de solutions concentrées ou saumures en milieu confiné (lagunes litorales, chotts et sebkhas) pour former, avec d'autres sels, des roches sédimentaires appelées évaporites.

Les gisements de sable gypseux ont une autre origine. Il s'agit des encroûtements gypseux formés, à différentes époques du Quaternaire, par dépôt de gypse dans les sols à partir des nappes phréatiques séléniteuses. Les sols encroûtés par le gypse sont très souvent des sables éoliens, mais il peut s'agir aussi de sédiments lacustres. Les chotts actuels occupent des cuvettes bordées par des terrasses anciennes encroûtées.

Les figures 1 et 2 montrent les coupes des encroûtements de deux de ces terrasses anciennes. Sur les figures 3 et 4 on voit les coupes de deux encroûtements récents de la région du Souf.

Le profil d'un sol encroûté par le gypse présente généralement trois horizons principaux.

L'horizon supérieur, appelé *tirch* en arabe, est caractérisé par l' abondance de racines gypsifiées et par un encroûtement discontinu en feuillets et granules. Sous cet horizon, vient l'encroûtement massif, un véritable grès à ciment gypseux, *tafezza* en arabe. L'encroûtement massif se forme au dessus de la nappe phréatique par évaporation de la frange capillaire. Il est compact mais conserve une certaine porosité et peut parfois être traversé par des racines. Son épaisseur est de quelques décimètres ou plus grande dans des cas favorables où l'aridification progressive du climat aurait fait baisser graduellement le niveau de la nappe.

L'encroûtement gypseux fraîchement formé est assez dur pour être utilisé comme pierre à bâtir. Les encroûtements anciens sont peu compacts et friables, mais ils n'en perdent pas pour autant leurs qualités comme matériaux de chaussée.

Au contact direct de la nappe, le gypse cristallise en agrégats de cristaux larges et aplatis qui englobent des grains de sable: c'est l'horizon des roses de sable ou *louss* en arabe. Cet horizon ne convient pas comme matériau de construction en raison de la petite surface spécifique, du clivage facile et de la faible dureté de ces cristaux macroscopiques.

R. COQUE (réf. 3) a mis l'accent sur la composition chimique remarquablement constante des croûtes gypseuses du Sud-Tunisien: quel que soit le substratum, leur teneur en sulfates est de 70 à 85%.

Ces valeurs semblent, à première vue, élevées. Des encroûtements gypseux ont pu être obtenus expérimentalement en laboratoire (réf. 12 et 13). On a ainsi vérifié que le gypse commençait par se déposer aux points de contact entre les grains de sable (éva-

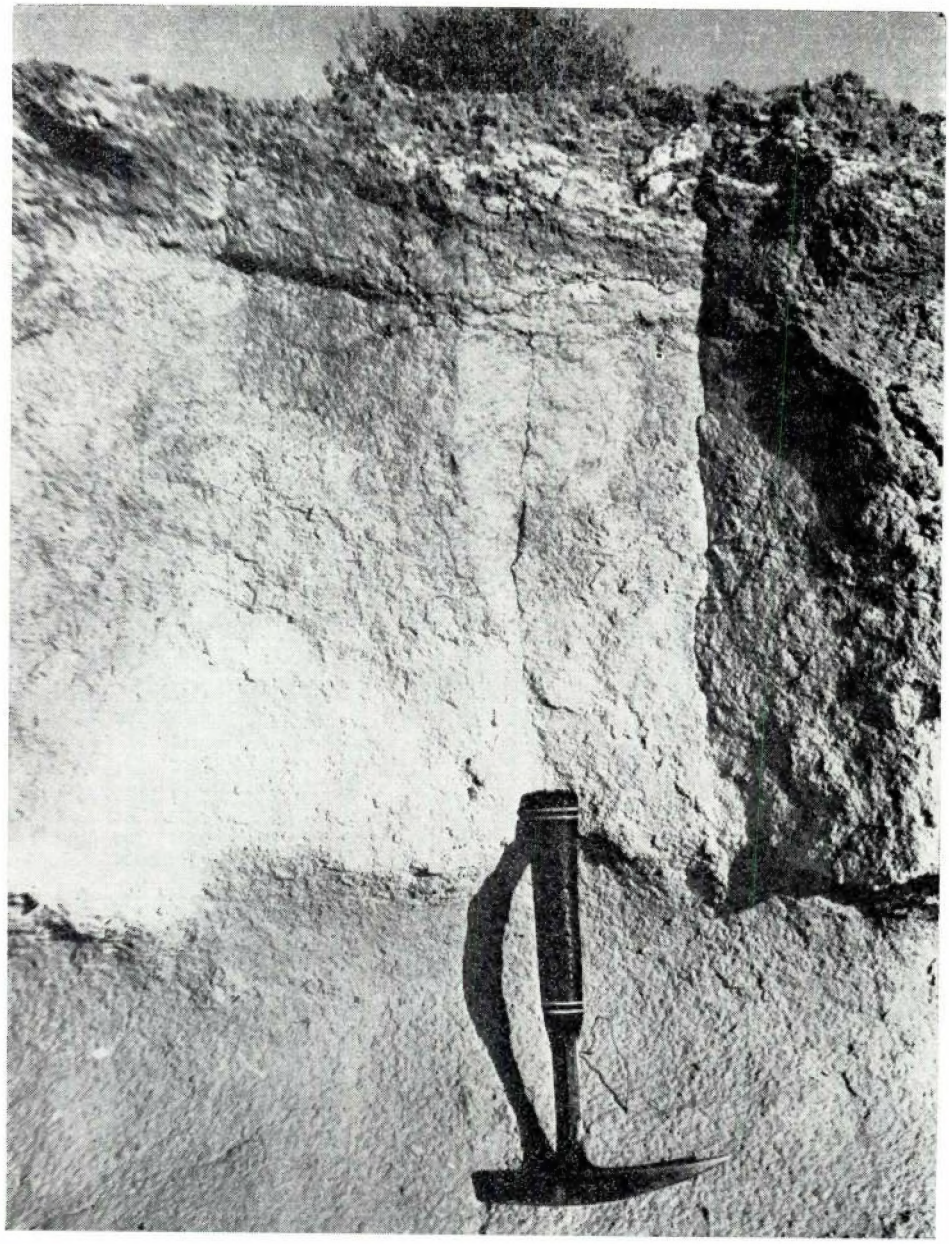


Fig. 1

Encroûtement gypseux qui coiffe une bute témoin de l'ancienne surface d'accumulation en bordure d'un chott: R. N. 48 à 75 km d'El Oued, Algérie. Remarquer les fissures verticales qui confèreraient à l'encroûtement un débit prismatique s'il n'était pas décohésionné